# Вестник

## Российско-Армянского университета

## №2

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**

ISSN 1829-0450

ЕРЕВАН 2017

ՀԱՅ-ՌՈՒՍԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

# Լ Ր Ա Բ Ե Ր

## ՀԱՅ-ՌՈՒՍԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ

ՍԵՐԻԱ

ՖԻԶԻԿԱՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ
ԵՎ ԲՆԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

**№ 2**

*Նվիրվում է Հայ-ռուսական համալսարանի*
*հիմնադրման 20-ամյակին*

ՀՌՀ Հրատարակչություն

Երևան 2017

**РОССИЙСКО-АРМЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

# В Е С Т Н И К

## РОССИЙСКО-АРМЯНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

**СЕРИЯ:**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**

**№ 2**

*Посвящается 20-летию основания Российско-Армянского университета*

Издательство РАУ

Ереван 2017

Печатается по решению Ученого совета РАУ

Вестник РАУ, № 2. – Ер.: Изд-во РАУ, 2017. – 168 с.



Журнал входит в перечень периодических изданий, зарегистрированных ВАК РА

Российско-Армянский университет, 2017 г.

ISBN 1829-0450

# МАТЕМАТИКА

УДК 517.951

## О НЕОБХОДИМЫХ И ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ НЕТЕРОВОСТИ ДЛЯ ПОЛУЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА СО СПЕЦИАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

**А.А. Дарбинян, А.Г. Туманян**

*Российско-Армянский университет*

*armankri@yahoo.com, ani.tumanyan92@gmail.com*

### АННОТАЦИЯ

В данной статье исследована нетеровость полуэллиптического оператора с переменными коэффициентами, имеющими определенное поведение на бесконечности. Доказана нетеровость полуэллиптических операторов со специальными коэффициентами в весовых соболевских пространствах.

**Ключевые слова:** нетеровость, полуэллиптический оператор, анизотропные пространства.

Данная работа посвящена исследованию нетеровости полуэллиптических операторов с переменными коэффициентами в анизотропных пространствах Соболева.

Исследованию нетеровости эллиптических операторов посвящена работа [1], где доказана эквивалентность нетеровости и эллип-

тичности в определенных пространствах на компактных многообразиях. В работе [2] в терминах предельных операторов получены условия для нетеровости эллиптических операторов в пространствах Соболева в $R^n$.

В [3] доказана нетеровость полуэллиптического оператора с постоянными коэффициентами в анизотропных пространствах Соболева в ограниченной области. В [4] получено необходимое и достаточное условие нетеровости для операторов с постоянными коэффициентами в анизотропных пространствах в $R^n$. Нетеровости полуэллиптического оператора в весовых пространствах посвящены работы [5–6].

**Определение 1.** Ограниченный линейный оператор $A$, определенный на всем банаховом пространстве $X$ и действующий в банаховом пространстве $Y$, называется *нетеровым*, если выполняются следующие условия:

1) область значений оператора $A$ замкнуто ($Im(A) = \overline{Im(A)}$);
2) ядро оператора $A$ является конечномерным ($dim\, Ker(A) < \infty$);
3) коядро оператора $A$ конечномерно ($dim\, coker(A) = \ dim\, Y/ Im\,(A) < \infty$).

Индексом нетерового оператора $A$ называется разность между размерностью ядра и коядра:

$$ind(A) = dimKer(A) - dim\, coker(A).$$

Рассмотрим дифференциальную форму:

$$P(x,D) = \sum_{(\alpha:\nu)\leq s} a_\alpha(x)D^\alpha, \tag{1}$$

где $s \in N, \nu \in N^n, (\alpha:\nu) = \frac{\alpha_1}{\nu_1} + \cdots + \frac{\alpha_n}{\nu_n}, D^\alpha = \ D_1^{\alpha_1} \ldots D_n^{\alpha_n}, D_k = i^{-1}\frac{\partial}{\partial x_k}, x = (x_1, \ldots, x_n) \ \in R^n$. Обозначим через

$$P_s(x,D) = \sum_{(\alpha:\nu)=s} a_\alpha(x)D^\alpha \tag{2}$$

главную часть дифференциальной формы $P(x,D)$, а через

$$\sigma_s(x,\xi) = \sum_{(\alpha:\nu)=s} a_\alpha(x)\xi^\alpha \tag{3}$$

символ $P_s(x,D)$.

**Определение 2.** Говорят, что дифференциальная форма $P(x,D)$ полуэллиптична в точке $x_0 \in R^n$, если $\sigma_s(x_0,\xi) \neq 0$ при всех $\xi \in R^n, |\xi| \neq 0$.

**Определение 3.** Говорят, что дифференциальная форма $P(x,D)$ полуэллиптична в $R^n$, если $P(x,D)$ полуэллиптична в каждой точке $x \in R^n$.

Для $k \in N, \nu \in N^n$ обозначим:

$$C^{k,\nu} \coloneqq C^{k,\nu}(R^n) \coloneqq \Big\{a(x)\colon D^\beta a(x) \in C(R^n), \sup_{x\in R^n}\left|D^\beta a(x)\right| < \infty, \forall\beta \in Z_+^n, (\beta:\nu) \le k\Big\},$$

$$Q^{k,\nu} \coloneqq Q^{k,\nu}(R^n) \coloneqq \left\{q(x) \in C^{k,\nu}\colon q(x) > 0, \forall x \in R^n, \frac{1}{q(x)} \rightrightarrows 0\,, \frac{\left|D^\beta q(x)\right|}{q(x)} \rightrightarrows 0 \text{ при } |x| \to \infty\ \forall\beta \in Z_+^n\,, (\beta:\nu) \le k\right\}.$$

Для $\nu \in N^n, k \in N$ и $q \in Q^{k,\nu}$ через $H^{k,\nu}$ и $H_q^{k,\nu}$ обозначим, соответственно, множества измеримых функций $\{u\}$ с конечными нормами:

$$\|u\|_{k,\nu} = \sum_{(\alpha:\nu)\le k} \|D^\alpha u\,\|_{L_2(R^n)}\,,$$

$$\|u\|_{k,\nu,q} = \sum_{(\alpha:\nu)\le k} \left\|D^\alpha u\ \cdot\ q^{k-(\alpha:\nu)}\right\|_{L_2(R^n)}\,.$$

**Условие I**. Пусть $k \in N, k \geq s$ и коэффициенты $a_\alpha(x)$ главной части дифференциальной формы $P(x,D)$ при $(\alpha:\nu) = s$ постоянны, $a_\alpha(x) \in C^{k-s,\nu}$ при $(\alpha:\nu) < s$ и, при этом, существуют постоянные $\tilde{a}_\alpha$ такие, что $D^\beta(a_\alpha(x) - \tilde{a}_\alpha) \rightrightarrows 0$ при $|x| \to \infty$ для всех $\beta \in Z_+^n, (\beta:\nu) \leq k - s$.

Пусть дифференциальная форма $P(x,D)$ вида (1) удовлетворяет условию I. Тогда $P(x,D)$ порождает ограниченный линейный оператор, действующий из $H^{k,\nu}$ в $H^{k-s,\nu}(P: H^{k,\nu} \to H^{k-s,\nu})$.

Для дифференциальной формы $P(x,D)$, удовлетворяющей условию I, обозначим

$$\tilde{P}(D) = \sum_{(\alpha:\nu)=s} a_\alpha D^\alpha + \sum_{(\alpha:\nu)<s} \tilde{a}_\alpha D^\alpha.$$

Для $M \in R_+, \xi \in R^n$ и $\nu \in N^n$ обозначим $K_M = \{x \in R^n: |x| \leq M\}, |\xi|_\nu = \left(\sum_{i=1}^n \xi_i^{2\nu_i}\right)^{\frac{1}{2}}$.

**Теорема 1**. Пусть дифференциальная форма $P(x,D)$ удовлетворяет условию I. Тогда $P(x,D): H^{k,\nu} \to H^{k-s,\nu}$ является нетеровым тогда и только тогда, когда существует положительная постоянная $\delta$ такая, что

$$\left|\tilde{P}(\xi)\right| \geq \delta(1 + |\xi|_\nu)^s, \forall \xi \in R^n.$$

**Доказательство.** Обозначим

$$T(x,D) = \sum_{(\alpha:\nu)<s} (a_\alpha(x) - \tilde{a}_\alpha) D^\alpha.$$

Имеет место следующее представление:

$$P(x,D) = \tilde{P}(D) + T(x,D).$$

Докажем компактность оператора $T(x,D): H^{k,\nu} \to H^{k-s,\nu}$.

Так как $D^\beta(a_\alpha(x) - \tilde{a}_\alpha) \rightrightarrows 0$ при $|x| \to \infty$ для всех $(\beta:\nu) \leq k - s$, $(\alpha:\nu) < s$, то для произвольного $\varepsilon > 0$ существует $N(\varepsilon) > 0$ такое, что

$$\left|D^\beta(a_\alpha(x) - \tilde{a}_\alpha)\right| < \varepsilon, \forall x \in R^n \backslash K_{N(\varepsilon)}, (\beta:\nu) \leq k - s, (\alpha:\nu) < s.$$

Пусть $\varphi(x) \in C_0^\infty$ такая, что $0 \le \varphi(x) \le 1$ и $\varphi(x) = 1$ при $|x| \le 1$ и $\varphi(x) = 0$ при $|x| \ge 2$. Тогда $\varphi_\varepsilon(x) := \varphi\left(\frac{x}{N(\varepsilon)}\right) \in C_0^\infty, supp\varphi_\varepsilon \subset K_{2N(\varepsilon)}$, $\varphi_\varepsilon(x) = 1$ при $x \in K_{N(\varepsilon)}$.

Обозначим $T'_\varepsilon = (1 - \varphi_\varepsilon)T$, $T''_\varepsilon = \varphi_\varepsilon T$. Тогда с некоторой постоянной $C > 0$

$$\|T'_\varepsilon u\|_{k-s,\nu} = \|(1 - \varphi_\varepsilon)Tu\|_{k-s,\nu} \le C\varepsilon\|u\|_{k,\nu}, \forall u \in H^{k,\nu},$$

а $T''_\varepsilon = \varphi_\varepsilon T$ – компактный оператор из $H^{k,\nu}$ в $H^{k-s,\nu}$. Следовательно, в силу теоремы 8.3.2 работы [7] оператор $T(x, D): H^{k,\nu} \to H^{k-s,\nu}$ компактен.

Поэтому на основании *теоремы 8.5.10* работы [7], оператор $P(x, D): H^{k,\nu} \to H^{k-s,\nu}$ является нетеровым тогда и только тогда, когда $\tilde{P}(D): H^{k,\nu} \to H^{k-s,\nu}$ являетя нетеровым.

В *теореме 3* работы [4] установлено, что оператор $\tilde{P}(D): H^{k,\nu} \to H^{k-s,\nu}$ нетеров тогда и только тогда, когда с некоторой постоянной $\delta > 0$

$$\left|\tilde{P}(\xi)\right| \ge \delta(1 + |\xi|_\nu)^s, \forall\xi \in R^n.$$

**Замечание 1.** Так как из условия $\left|\tilde{P}(\xi)\right| \ge \delta(1 + |\xi|_\nu)^s, \forall\xi \in R^n$ следует полуэллиптичность $\tilde{P}(D)$, то из нетеровости $P(x, D): H^{k,\nu} \to H^{k-s,\nu}$ следует, что $P(x, D)$ также полуэллиптичен в $R^n$.

**Условие II**. Пусть $k \in N, k \ge s, q \in Q^{k,\nu}$ и коэффициенты $a_\alpha(x)$ главной части дифференциальной формы $P(x, D)$ при $(\alpha:\nu) = s$ постоянны и при $(\alpha:\nu) < s$ имеет место следующее представление:

$$a_\alpha(x) = a_\alpha^0(x)q(x)^{s-(\alpha:\nu)} + a_\alpha^1(x),$$

где $a_\alpha^0(x)$ и $a_\alpha^1(x)$ удовлетворяют следующим условиям:

1) $D^\beta\left(a_\alpha^1(x)\right) = o\left(q(x)^{s-(\alpha:\nu)+(\beta:\nu)}\right)$ при $|x| \to \infty$ для всех $(\alpha:\nu) < s$ и $(\beta:\nu) \le k - s$;
2) $a_\alpha^0(x) \in C^{k-s,\nu}$ и существуют $\tilde{a}_\alpha$ константы такие, что $a_\alpha^0(x) \rightrightarrows \tilde{a}_\alpha$ при $|x| \to \infty$ для всех $(\alpha:\nu) < s$.

При условии II дифференциальная форма $P(x,D)$ порождает ограниченный линейный оператор из $H_q^{k,\nu}$ в $H_q^{k-s,\nu}$.

Для дифференциальной формы $P(x,D)$, коэффициенты которой удовлетворяют условию II, обозначим

$$\bar{P}(x,D)=\sum_{(\alpha:\nu)=s} a_\alpha D^\alpha+\sum_{(\alpha:\nu)<s}\tilde{a}_\alpha q(x)^{s-(\alpha:\nu)}D^\alpha.$$

**Условие III**. Пусть

$$\sum_{(\alpha:\nu)=s} a_\alpha \xi^\alpha+\sum_{(\alpha:\nu)<s}\tilde{a}_\alpha \lambda^{s-(\alpha:\nu)}\xi^\alpha\neq 0,\forall\xi\in R^n,\lambda>0.$$

**Теорема 2.** Пусть дифференциальная форма $P(x,D)$, коэффициенты которой удовлетворяют условиям II, III, полуэллиптична в $R^n$. Тогда $P(x,D)\colon H_q^{k,\nu}\to H_q^{k-s,\nu}$ нетеров.

**Доказательство.** На основании условия II представим $P(x,D)$ в следующем виде:

$$P(x,D)=\bar{P}(x,D)+\sum_{(\alpha:\nu)<s}(a_\alpha^0(x)-\tilde{a}_\alpha)q(x)^{s-(\alpha:\nu)}D^\alpha+\sum_{(\alpha:\nu)<s}a_\alpha^1(x)D^\alpha$$

и обозначим

$$T^1(x,D)=\sum_{(\alpha:\nu)<s}(a_\alpha^0(x)-\tilde{a}_\alpha)q(x)^{s-(\alpha:\nu)}D^\alpha,$$

$$T^2(x,D)=\sum_{(\alpha:\nu)<s}a_\alpha^1(x)D^\alpha.$$

Так как для всех $(\alpha:\nu)<s a_\alpha^0(x)\rightrightarrows\tilde{a}_\alpha$ и $\frac{1}{q(x)}\rightrightarrows 0$ при $|x|\to\infty$, то для произвольного $\varepsilon>0$ существует $N_1(\varepsilon)>0$ такое, что

$$\frac{|D^\gamma(a_\alpha^0(x)-\tilde{a}_\alpha)|}{q(x)^{(\gamma:\nu)}}<\varepsilon,\forall x\in R^n\backslash K_{N_1(\varepsilon)},(\gamma:\nu)\le k-s,(\alpha:\nu)<s.\ (4)$$

Пусть $\varphi(x)\in C_0^\infty$ такая, что $0\le\varphi(x)\le 1$ и $\varphi(x)=1$ при $|x|\le 1$ и $\varphi(x)=0$ при $|x|\ge 2$. Тогда $\varphi_\varepsilon(x):=\varphi\left(\frac{x}{N_1(\varepsilon)}\right)\in C_0^\infty, supp\varphi_\varepsilon\subset K_{2N_1(\varepsilon)}$, $\varphi_\varepsilon(x)=1$ при $x\in K_{N_1(\varepsilon)}$ и $T^1=(1-\varphi_\varepsilon)T^1+\varphi_\varepsilon T^1$.

В силу оценки (4) с некоторыми постоянными $C_1, C_2 > 0$ для всех $(\beta:\nu) \le k-s$ и $(\alpha:\nu) < s$ имеем

$$\left\| D^\beta \left( \left(1-\varphi_\varepsilon(x)\right)\left(a_\alpha^0(x)-\tilde a_\alpha\right) D^\alpha u(x) \right) q(x)^{k-s-(\beta:\nu)} \right\|_{L_2(R^n)}$$
$$\le C_1 \sum_{0\le\gamma\le\beta} \left\| D^\gamma \left( \left(1-\varphi_\varepsilon(x)\right)\left(a_\alpha^0(x) - \tilde a_\alpha\right)\right) D^{\alpha+\beta-\gamma} u(x) q(x)^{k-s-(\beta:\nu)} \right\|_{L_2(R^n)}$$
$$\le C_2 \varepsilon \sum_{0\le\gamma\le\beta} \left\| D^{\alpha+\beta-\gamma} u \; q^{k-(\beta:\nu)-(\alpha:\nu)+(\gamma:\nu)} \right\|_{L_2(R^n)}.$$

Отсюда с некоторыми постоянными $C_3, C_4 > 0$ получим, что

$$\|(1-\varphi_\varepsilon)\, T^1(x,D)u\|_{k-s,\nu,q}$$
$$\le C_3 \sum_{(\beta:\nu)\le k-s} \sum_{(\alpha:\nu)<s} \left\| D^\beta \left( \left(1-\varphi_\varepsilon(x)\right)\left(a_\alpha^0(x) - \tilde a_\alpha\right) D^\alpha u(x) \right) q(x)^{k-s-(\beta:\nu)} \right\|_{L_2(R^n)} \le C_4 \varepsilon \|u\|_{k,\nu,q},$$
$$\forall u \in H^{k,\nu}.$$

Так как $\varphi_\varepsilon T^1 \colon H_q^{k,\nu} \to H_q^{k-s,\nu}$ компактен, то отсюда на основании *теоремы 8.3.2* работы [7] получим, что оператор $T^1(x,D) \colon H_q^{k,\nu} \to H_q^{k-s,\nu}$ также компактен.

Рассмотрим оператор $T^2(x,D)\colon H_q^{k,\nu} \to H_q^{k-s,\nu}$.

В силу пункта 1) условия II для произвольного $\varepsilon > 0$ существует $N_2(\varepsilon) > 0$ такое, что

$$\frac{|D^\gamma a_\alpha^1(x)|}{q(x)^{s-(\alpha:\nu)+(\gamma:\nu)}} < \varepsilon, \forall x \in R^n \backslash K_{N_2(\varepsilon)}, (\gamma:\nu) \le k-s, (\alpha:\nu) < s.$$

Тогда

$\psi_\varepsilon(x) := \psi\left(\frac{x}{N_2(\varepsilon)}\right) \in C_0^\infty$, $supp\psi_\varepsilon \subset K_{2N_2(\varepsilon)}$, $\psi_\varepsilon(x) = 1$ при $x \in K_{N_2(\varepsilon)}$.

Проводя аналогичные рассуждения как при доказательстве компактности оператора $T^1(x,D)\colon H_q^{k,\nu} \to H_q^{k-s,\nu}$, с заменой $T^1$ на $T^2$ и $\varphi_\varepsilon$

на $\psi_\varepsilon$, в силу *теоремы 8.3.2* работы [7] получим, что $T^2(x,D)\colon H_q^{k,\nu} \to H_q^{k-s,\nu}$ так же компактен.

Так как при уловиях теоремы в силу *теоремы 2* работы [5] оператор $\bar{P}(x,D)\colon H_q^{k,\nu} \to H_q^{k-s,\nu}$ нетеров, то на основании теоремы 8.5.10 работы [7] получаем, что оператор $P(x,D)\colon H_q^{k,\nu} \to H_q^{k-s,\nu}$ так же нетеров.

Работа выполнена в рамках тематического финансирования РАУ из средств МОБН РФ и при поддержке тематического финансирования комитета науки при МОН РА (код проекта SCS №15T-1A197).

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Агранович М.С.* Эллиптические сингулярные интегродифференциальные операторы // Успехи Мат. наук, 1965, Т. 20, вып. 5(125). СС. 3–120.
2. *Мухамадиев Э.М.* О нормальной разрешимости и нетеровости эллиптических операторов в пространствах функций на $\mathrm{R}^n$. Ч. II, Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 16, Зап. научн. сем. ЛОМИ, 138(1984). СС. 108–126.
3. *Карапетян Г.А., Дарбинян А.А.* Нетеровость полуэллиптического оператора с постоянными коэффициентами в области // Уч. записи ЕГУ (2008) no. 3.
4. *Дарбинян А.А, Туманян А.Г.* Необходимое и достаточное условие нетеровости оператора с постоянными коэффициентами. Вестник РАУ (2014) no. 2. СС. 4–14.
5. *Карапетян Г.А., Дарбинян А.А.* Об индексе полуэллиптического оператора в $\mathrm{R}^n$, Изв. НАН. Арм., Мат., Т. 42, no. 5 (2007). СС. 33–50.
6. *Tumanyan A.G.* On Noethericity and Index of Differential Operators in Anisotropic Weighted Sobolev Spaces. Proceedings of the Yerevan State University, series Physical and Mathematical sciences, no. 3 (2016), 63–69.
7. *Kutateladze S.S.* Fundamentals of Functional Analysis. Kluwer Texts in the Mathematical Sciences. V. 12. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers Group, 1996.

# ON NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS FOR NOETHERICITY OF SEMIELLIPTICAL OPERATOR WITH SPECIAL COEFFICIENTS

**A. Darbinyan, A. Tumanyan**

## ABSTRACT

We study Noethericity of semielliptical operator with variable cofficients that have certain rate at infinity. Noethericity is proven for the special class of semielliptical operators in weighted Sobolev spaces.

**Keywords:** Noethericity, semielliptical operator, anisotropic space.

# ԱՆՀՐԱԺԵՇՏ ԵՎ ԲԱՎԱՐԱՐ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐ ՈՐՈՇԱԿԻ ԳՈՐԾԱԿԻՑՆԵՐՈՎ ԿԻՍԱԷԼԻՊՏԻԿ ՕՊԵՐԱՏՈՐՆԵՐԻ ՆՅՈՏԵՐՅԱՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ

**Ա.Ա. Դարբինյան, Ա.Գ.Թումանյան**

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Աշխատանքում հետազոտված է անվերջությունում որոշակի վարք ունեցող գործակիցներով կիսաէլիպտիկ օպերատորների նյոտերյանության հարցը: Ստացված են բավարար պայմաններ կիսաէլիպտիկ օպերատորների Նյոտերյանության համար Սոբոլևի կշռային անիզոտրոպ տարածություններում:

**Հիմնաբառեր՝** նյոտերյանություն, կիսաէլիպտիկ օպերատոր, անիզոտրոպ տարածություն:

# АЛГОРИТМ СЛЕЖЕНИЯ ЗА ТРАССОЙ ПО ВИДЕОСЪЕМКАМ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАЮЩЕГО АППАРАТА

**Д.Г. Асатрян, С.М. Овсепян, Т.Б. Айрапетян**

*Российско-Армянский университет*

## АННОТАЦИЯ

В настоящее время беспилотные летающие аппараты (БЛА) находят применение во многих сферах деятельности человека. Обнаружение и слежение за трассой при помощи видеосъемки БЛА играют важную роль в различных задачах мониторинга местности, автоматического обнаружения объектов интереса и др. В настоящей работе исследована работоспособность предложенной ранее процедуры слежения за трассой, используя передовые методы обработки изображений, основанные на использовании структурных свойств изображений. Процедура основана на многократном последовательном применении алгоритмов двух типов – алгоритмов оценивания сходства любых участков изображения и их доминантного направления. Работоспособность предложенной процедуры иллюстрирована численными примерами.

**Ключевые слова:** Беспилотный летающий аппарат, видеосъемка, градиентное поле, сходство изображений, доминантное направление изображения.

## 1. Введение

В настоящее время наблюдается бурный рост приложений беспилотных летающих аппаратов (БЛА) в самых разных сферах деятельности человека. Применение в составе БЛА современной навигационной, видео- и коммуникационной аппаратуры делает БЛА незаменимым инструментом для решения многих задач.

Одним из важных применений БЛА является их использование для мониторинга дороги, контроля траффика, слежения находящихся на ней объектов, автоматической навигации и др. Слежение за трассой является автоматическим или полуавтоматическим процессом, который использует видеоинформацию, получаемую БЛА и специальные методы обработки изображений.

Сложность этой задачи связана с наличием многочисленных факторов, влияющих на качество и содержание изображений на кадрах видеосъемки. Основными факторами, постоянно действующими на процесс снятия видеоизображения, являются эволюции аппарата, турбулентность атмосферы, наличие ветров, вибрации борта аппарата, а также внешние преднамеренные и непреднамеренные помехи и искажения изображения реальной сцены. Все это приводит к тому, что в соседних кадрах видеосъемки изображение одной и той же сцены, равно как и его геометрические параметры, отличаются непредсказуемым образом.

Для эффективной обработки последовательности изображений, искаженных вследствие воздействия описанных выше факторов, необходимо разработать специальные алгоритмы, достаточно устойчивые относительно подобных искажений. Как известно, такими алгоритмами пользуется человек, рассматривающий последовательность кадров видеосъемки, поэтому при разработке эффективных алгоритмов автоматической обработки желательно использовать соответствующие свойства визульной системы человека (ВСЧ).

Следует заметить, что использование глобальных систем позиционирования GPS или GLONASS и других типов навигационной техники, установленной на БЛА, существенно облегчает решение рассматриваемой задачи, однако в последние годы становятся актуальными задачи, в которых использование этих средств нецелесообразно (для обеспечения скрытности) или невозможно (при выходе из строя

по разным причинам соответствующего оборудования). В подобных случаях важной и чуть ли не единственной информацией для выполнения решаемой задачи является видеосъемка местности и он-лайн обработка последовательности видеоизображений.

В настоящей работе сделана попытка разработки методики слежения за дорогой на основании имеющейся при полете БЛА видеоинформации, дополнительно используя лишь информацию электронного компаса для определения направления движения.

В литературе предложено много подходов и методов, относящихся к задаче поиска, обнаружения и слежения за дорогой и/или находящихся на ней объектов [1–3]. При этом используются различные признаки, характеризующие присутствие на изображении участков дороги или объектов на них, такие как движение [4], фон [5–6] и др.

Мы ограничиваемся рассмотрением ситуации, когда начальный участок дороги уже найден или задан, поэтому в настоящей работе вопрос поиска и обнаружения дороги в общем случае не рассматривается. Вместо этого предполагается, что в начале поиска имеется образец, изображающий какую-нибудь характерную часть дороги и ее окрестность, а в процессе поиска в каждый момент времени видеокамере БЛА доступен только небольшой участок дороги, содержащийся в текущем кадре. Следовательно, процедура слежения за дорогой сводится лишь к использованию информации о свойствах дороги, содержащейся в упомянутом выше образце.

## 2. Описание методики обработки и результаты экспериментов

Как отмечено выше, методика не предусматривает использование глобальных систем позиционирования GPS или GLONASS, следовательно, решение принимается по результатам обработки видеопоследо-

вательности, а корректировка курса полета производится с учетом показаний электронного компаса, установленного на борту БЛА.

Процедура обработки последовательности кадров, доставленных камерой БЛА, основана на многократном применении двух алгоритмов – алгоритма оценивания сходства и алгоритма оценивания доминантного направления изображений рассматриваемых сцен. Эти алгоритмы предложены ранее в [10–12] и показали эффективность их применения в различных приложениях. Оба алгоритма основаны на математических моделях, использующих различные характеристики градиентного поля изображения. В [13] описана схема использования этих алгоритмов в задаче слежения за дорогой. Однако обоснование работоспособности предложенной в этой работе процедуры на основании численных расчетов не приведено.

Вначале кратко напомним суть упомянутых двух основных алгоритмов.

*Алгоритм оценивания сходства двух изображений* использует матрицы магнитуд градиентов, полученных применением оператора Собела к интенсивностям пикселов, принимая элементы матриц за случайную величину, распределенную двухпараметрическим законом Вейбулла. Мера сходства при этом рассчитывается по статистическим оценкам параметров ($\eta, \sigma$) этих распределений. Соответствующая мера сходства $W^2$ определяется формулой:

$$W^2 = \frac{\min(\eta_1, \eta_2)\min(\sigma_1, \sigma_2)}{\max(\eta_1, \eta_2)\max(\sigma_1, \sigma_2)},\ 0 < W^2 \le 1.$$

*Алгоритм оценивания доминантного направления изображений* основан на построении эллипса рассеяния градиентного поля, определяемого по матрицам вертикального и горизонтального градиентов изображения. Направление доминантного направления изображения отождествляется с направлением главной оси эллипса, задаваемого уравнением:

$$\frac{1}{1-\rho_{HV}^2}\left[\frac{(g_H-\mu_H)^2}{\sigma_H^2}-\frac{2\rho_{HV}(g_H-\mu_H)(g_V-\mu_V)}{\sigma_H\sigma_V}++\frac{(g_V-\mu_V)^2}{\sigma_V^2}\right]=C^2,$$

где $\mu_H$, $\mu_V$, $\sigma_H$, $\sigma_V$ – выборочные средние и среднеквадратические отклонения горизонтальной и вертикальной составляющих градиентного поля изображения, $\rho_{HV}$ – коэффициент корреляции между ними, $C$ – константа.

В [13] приведены как расчетные формулы, так и некоторые численные примеры указанных двух характеристик.

В настоящей работе на конкретном примере приводятся результаты обработки различных участков изображения, содержащих преимущественно дорогу или фон (в данном случае – лесной массив), показывающие возможность БЛА выполнять необходимые маневры для слежения за дорогой на основании этой информации.

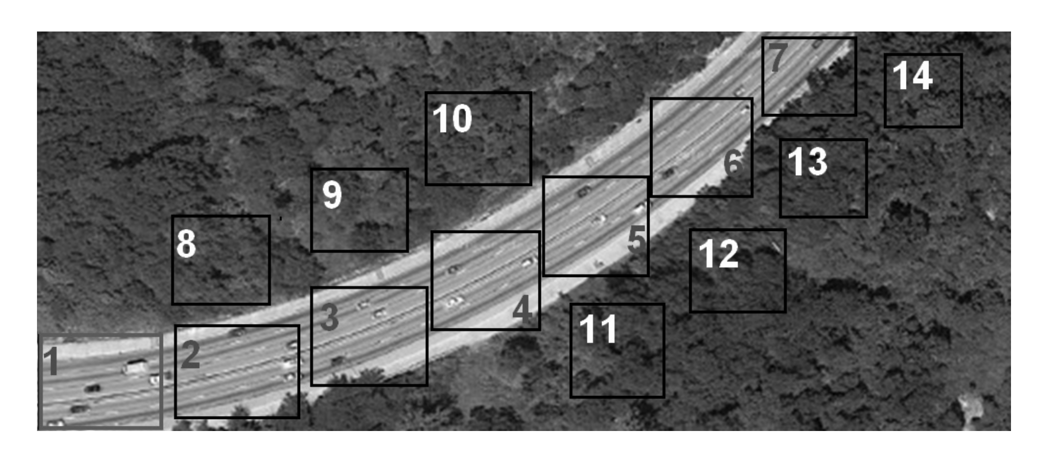



**Рис. 1. Изображение дороги. Прямоугольники обозначают участки, содержащие преимущественно дорогу (пронумерованы цифрами красного цвета) или фон (пронумерованы цифрами белого цвета).**

На Рис. 1 приведено изображение местности с дорогой, а также выбранные на нем участки, содержащие преимущественно часть доро-

ги (пронумерованы цифрами красного цвета) или фона (пронумерованы цифрами белого цвета). Размеры участков примерно одинаковы, но не фиксированы (имитация реальной ситуации при полете БЛА). Смысл этой иллюстрации в том, что БЛА в последовательные моменты времени реального полета может находиться над участком, имеющем вид типа одного из изображенных в прямоугольниках. В каждый момент полета решение о выборе направления дальнейшего движения БЛА может принимать в зависимости от значений рассматриваемых двух характеристик – степени сходства текущего участка с заранее выбранным участком (обозначено номером 1) и направлением доминантного направления изображения текущего участка (угол между доминантным направлением относительно горизонтальной оси). Эти значения приведены в Таблице. В левой половине Таблицы размещены данные, относящиеся к участкам с дорогой (участки с номерами от 1 до 7), а в правой размещены участки с фоном (с номерами от 8 до 14).

Таким образом, предложенная методика представляется вполне работоспособным и может быть реализована в системах программного обеспечения БЛА при решении задачи слежения за дорогой с использованием лишь результатов видеосъемки и показаний электронного компаса без привлечения навигационных систем.

Сравнение данных Таблицы показывает, что значения $W^2$ из левой части Таблицы существенно больше значений из правой части. Это различие позволяет при корректировке направления движения БЛА с уверенностью выбрать решение в сторону участка с бо́льшим значением $W^2$ и, таким образом, осуществлять слежение за дорогой (см. также алгоритм корректировки, описанный в [13]).

**Таблица.**

**Значения меры сходства выбранных участков с участком №1 и доминантное направление участков (угол в градусах).**

| № участка | $W^2$ | Угол, град. | № участка | $W^2$ | Угол, град. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.00 | 5.7 | 8 | 0.45 | 163.0 |
| 2 | 0.91 | 11.56 | 9 | 0.42 | 164.1 |
| 3 | 0.89 | 16.75 | 10 | 0.59 | 177.2 |
| 4 | 0.81 | 24.03 | 11 | 0.46 | 174.9 |
| 5 | 0.81 | 29.33 | 12 | 0.51 | 152.9 |
| 6 | 0.91 | 35.95 | 13 | 0.47 | 164.5 |
| 7 | 0.86 | 42.42 | 14 | 0.51 | 169.8 |

Аналогичные выводы можно сделать, анализируя значения доминантного направления участков: первые 7 участков с бóльшими значениями $W^2$ показывают плавное изменение доминирующего направления, что вполне согласуется с соответствующим результатом визуального анализа. На Рис. 2 показано изображение с выбранными участками, на которые нанесены стрелки красного цвета с углом наклона, взятом из Таблицы. Поскольку при выборе направления движения БЛА углы доминантных направлений с низкими значеними $W^2$ в расчет браться не будут, на этом рисунке стрелками белого цвета показаны направления движения БЛА после корректировки.

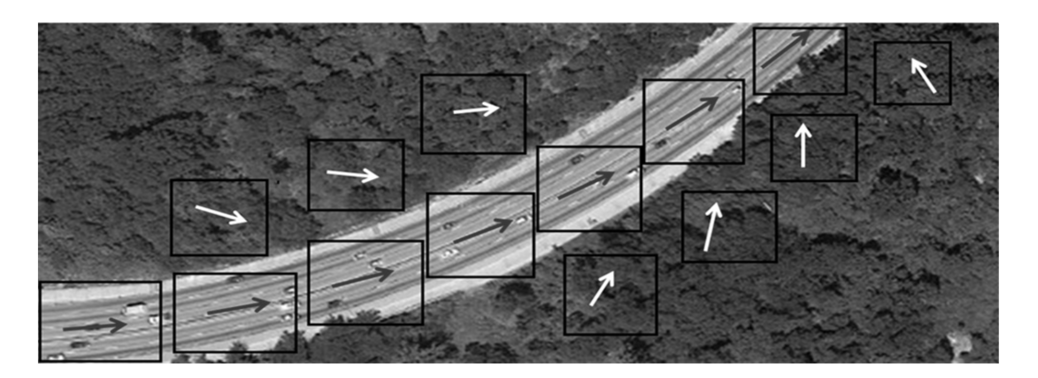


**Рис. 2. Иллюстрация расчетного направления движения по информации Таблицы.**

**3. Заключение**

Решается задача слежения за дорогой, используя лишь информацию по видеосъемке БЛА местности с дорогой и показания электронного компаса. Показана возможность решения этой задачи путем последовательного многократного применения процедур оценивания сходства и доминантного направления различных участков изображения. Приведенные численные расчеты показывают работоспособность предложенного подхода.

**4. Благодарность**


- Исследование выполнено при финансовой поддержке Государственного комитета по науке МОН РА в рамках научного проекта № 15T-1B274.
- Исследование выполнено в Российско-Армянском университете за счет средств, выделенных в рамках субсидии МОН РФ на финансирование научно-исследовательской деятельности РАУ.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Kalyani Chopade, Mrs. Shanthi K. Guru*. A Survey: Unmanned Aerial Vehicle for Road Detection and Tracking. International Journal of Innovative Research in Computer and Communication Engineering Vol. 3, Issue 11. PP. 10761–10766, 2015.
2. *Joshan J., Athanesious and Suresh P.* Systematic survey on Object Tracking Methods in Video. International Journal of Advanced Research in Computer Engineering and Technology. Vol. 1, Issue 8. PP. 242–247, 2012.
3. *Yilmaz A., Javed, O., and Shah, M*. Object tracking: A survey. *ACM Comput.* Surv. 38, 4, Article 13 (Dec. 2006), 45 p.
4. *Abhishek Kumar Chauhan and Prashant Krishan.* Moving Object Tracking Using Gaussian Mixture model and Optical flow. International Journal of Advanced Research in Computer science and Research Engineering. Vol. 3, Issue 4. PP. 243–246, 2013.
5. *Sen Ching S. and Chandrika Kamath.2011.*Robust Techniques for background subtraction in urban Traffic Video. EURASIP Journal on Applied Signal Processing archive. Vol. 2005. PP. 2330–2340, 2005.
6. *Ruolin Zhang and Jian Ding*. Object Tracking and Detecting based on Adaptive Background Subtraction. International Workshop on Information and Electronics Engineering. Vol. 29. PP. 1351–1355, 2012.
7. *Hailing Zhou, Hui Kong, Lei Wei, Douglas Creighton, and Saeid Nahavandi*. Efficient Road Detection and Tracking for Unmanned Aerial Vehicle. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, Vol. 16, No. 1, 2015. PP. 297–309.
8. J. *Candamo, R. Kasturi, D. Goldgof.* Using Color Profiles for Street Detection in Low-Altitude UAV Video. Proc. SPIE 7307, Airborne Intelligence, Surveillance, Reconnaissance (ISR) Systems and Applications VI, 73070O (April 28, 2009).
9. *Łoza, Artur and Mihaylova, Lyudmila and Bull, David and Canagarajah, Nishan Structural similarity-based object tracking in multimodality surveillance videos.* Machine Vision and Applications, 20 (2). PP. 71–83. ISSN 1432–1769, 2009.

10. *Asatryan D., Egiazarian K.* Quality Assessment Measure Based on Image Structural Properties. Proc. of the International Workshop on Local and Non-Local Approximation in Image Processing, Finland, Helsinki. PP. 70–73, 2009.
11. *David G. Asatryan*. Structure-Based Technique for Object Detecting in UAV Imagery. Mathematical Problems of Computer Science 44. PP. 51–58, 2015.
12. *David Asatryan, Karen Egiazarian, Vardan Kurkchiyan*. Orientation Estimation with Applications to Image Analysis and Registration. International Journal "Information Theories and Applications", Vol. 17, Number 4. PP. 303-311, 2010.
13. *David Asatryan, Samvel Hovsepyan, Vardan Kurkchiyan.* Road Tracking from UAV Imagery Using Gradient Information. International Journal "Information Technologies & Knowledge" Volume 10, Number 2. PP. 191–199, 2016.

## ALGORITHM FOR ROAD TRACKING USING VIDEO FILMING OF UNMANNED AERIAL VEHICLE

**D. Asatryan, S. Hovsepyan, T. Hajrapetyan**

### ABSTRACT

Nowadays the Unmanned Aerial Vehicles (UAV) have many applications in variety of fields of human activity. Detection and tracking of a road in UAV videos play an important role in a terrain monitoring, automatic finding of objects of interest etc. In this paper, the workability of recently proposed procedure for road tracking is investigated using advanced methods of image processing based on the structural properties of image. The procedure is based on multiple and sequential application of two type of algorithms; algorithm for assessment of similarity of whatever parts of images and algorithm for estimation of the dominant orientation of an image. The workability of the proposed procedure is illustrated by the numerical examples.

**Keywords:** unmanned Aerial Vehicle, video filming, gradient field, images similarity, dominant orientation of an image.

# ԱՆՕԴԱՉՈՒ ԹՌՉՈՂ ՍԱՐՔԻ ՏԵՍԱՆԿԱՐԱՀԱՆՄԱՆ ՄԻՋՈՑՈՎ ՄԱՅՐՈՒՂՈՒ ՈՒՂԵԿՑՄԱՆ ԱԼԳՈՐԻԹՄ

Դ.Գ. Ասատրյան, Ս.Մ. Հովսեփյան, Տ.Բ. Հայրապետյան

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ներկայումս անօդաչու թռչող սարքերը (ԱԹՍ) կիրառվում են մարդկային գործունեության բազմաթիվ ոլորտներում: ԱԹՍ տեսանկարահանման օգնությամբ մայրուղու հայտնաբերման և ուղեկցման մեթոդները կարևոր դեր են խաղում տեղանքի հսկման, հետաքրքրություն ներկայացնող օբյեկտների ավտոմատ հայտնաբերման և այլ խնդիրներում: Սույն աշխատանքում հետազոտվել է մայրուղու ուղեկցման՝ նախկինում առաջադրված ընթացակարգի աշխատունակությունը, օգտագործելով կառուցվածքային հատկություններն օգտագործելու վրա հիմնված՝ պատկերների մշակման առաջավոր մեթոդներ: Ընթացակարգը հիմնված է երկու տեսակի ալգորիթմների կրկնական և հաջորդական կիրառման վրա, որոնք են՝ պատկերի կամայական մասերի նմանության և պատկերի գերակշռող ուղղության գնահատման ալգորիթմներ: Առաջարկված ընթացակարգի աշխատունակությունը ցուցադրվել է թվային օրինակներով:

**Հիմնաբառեր՝** անօդաչու թռչող սարք, տեսանկարահանում, գրադիենտային դաշտ, պատկերների նմանություն, պատկերի գերակշռող ուղղություն:

УДК 517.968.4

# О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ВСЕЙ ПРЯМОЙ*

**Х.А. Хачатрян[1], А.А. Сисакян[2]**

[1]*Институт математики НАН Армении*
[2]*Армянский Национальный Аграрный Университет*

*khach82@rambler.ru, sisakyan64@mail.ru*

## АННОТАЦИЯ

В настоящей статье исследован один класс интегральных уравнений на всей прямой со степенной нелинейностью. Указанный класс уравнений имеет применение в кинетической теории газов. Доказано существование нетривиальных и ограниченных решений. В конце работы приведены частные примеры указанных ядер.

Библиография: 12 наименований.

**Ключевые слова**: факторизация, последовательные приближения, ограниченное решение, монотонность, ядро.

## § 1. Введение

Настоящая работа посвящена изучению следующего класса нелинейных интегральных уравнений на всей прямой:

$$f^{p}(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} K(x,t)f(t)dt,\quad x\in\mathbb{R} \tag{1}$$

* *Работа выполнена при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта No SCS 16YR-1A002.*

относительно искомой непрерывной и вещественной функции $f(x)$. В уравнении (1) $p > 2$ является нечетным числом, а ядерная функция допускает следующее представление:

$$K(x,t) = \int_a^b \alpha(x,s) e^{-\alpha(x,s)|x-t|} d\sigma(s), \quad (x,t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \qquad (2)$$

где $\sigma(s)$ – монотонно неубывающая на $[a,b)$ функция, а функция $\alpha(x,s)$ определена на множестве $\mathbb{R} \times [a,b)$ $(0 < a < b \leq +\infty)$ и удовлетворяет следующим условиям:

A) $\alpha \in C(\mathbb{R} \times [a,b))$,

B) существует такое число $\beta > 0$, что

$$\alpha(x,s) \geq \beta, \ \forall (x,s) \in \mathbb{R} \times [a,b), \ \sup_{(x,s)\in\mathbb{R}\times[a,b)} \alpha(x,s) < 2\beta, \qquad (3)$$

C) $\alpha(x,s)$ симметрична по первому аргументу:

$$\alpha(-x,s) = \alpha(x,s), \ \ x \geq 0, \ \ s \in [a,b), \qquad (4)$$

D) существует число $T > 0$, являющееся основным периодом для функции $\alpha(x,s)$ по аргументу $x$, т.е.

$$\alpha(x+T,s) = \alpha(x,s), \ \ \forall (x,s) \in \mathbb{R} \times [a,b). \qquad (5)$$

Решение уравнения (1) мы будем искать в следующем классе непрерывных на $\mathbb{R}$ функций:

$$\Pi = \{\varphi : \ \varphi(-x) = -\varphi(x), \ x \geq 0, \ \varphi \in C(\mathbb{R}) \cap L_\infty(\mathbb{R})\}, \qquad (6)$$

где $L_\infty(\mathbb{R})$ – это пространство существенно ограниченных на $\mathbb{R}$ функций.

Уравнение (1) возникает в кинетической теории газов (см. [1]). В линейном случае, когда $p = 1$ и $K(x,t) = 0$ при $t < 0$, вопросы разрешимости уравнения (1) обсуждались в работах [3, 4].

В случае, когда $\alpha(x,s)\equiv const$, легко можно убедиться, что уравнение (1) сводится к линейному дифференциальному уравнению Риккати. Отметим также, что в случае, когда ядро $K$ уравнения (1) имеет вид:

$$K(x,t)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-(x-t)^2}, \tag{7}$$

то уравнение (1) с граничными условиями

$$f(\pm\infty)=\pm 1 \tag{8}$$

описывает поле тахионов для открытой $p$-адической струны (см. [5, 6]). Вопросам разрешимости граничной задачи (1), (7), (8) посвящены работы академика В.С. Владимирова (см. [6–9] и ссылки в них). Наконец, когда ядро $K(x,t)$ зависит от разности аргументов, имеет общую структуру и удовлетворяет условиям

$$K(\tau)\geq 0,\ \tau\in\mathbb{R},\ \int_{-\infty}^{+\infty}K(\tau)d\tau=1,$$

$$K\in L_\infty(\mathbb{R}),\ \int_{-\infty}^{+\infty}\tau^2K(\tau)<+\infty,\ K(-x)=K(x),\ x\in\mathbb{R}^+:=[0,+\infty),$$

то одним из авторов настоящей работы доказана теорема существования и единственности граничной задачи (1), (8) (см. [10]).

В данной работе при условиях (2), A)-C), доказывается существование нетривиального ограниченного и нечетного решения уравнения (1). В конце работы приведены частные примеры функций $\alpha(x,s)$, удовлетворяющих условиям A)-D). При выполнении дополнительного условия D) устанавливается существование однопараметрического семейства нетривиальных решений.

## § 2. Обозначения и вспомогательные факты

### 2.1. Сведение уравнения (1) к интегральному уравнению на полуоси

Сперва уравнение (1) приведем к уравнению на положительной полупрямой следующим образом: пусть $F(x)$ – непрерывное решение следующего нелинейного интегрального уравнения на полуоси:

$$F^{p}(x)=\int_{0}^{\infty}\left(K(x,t)-K_{0}(x,t)\right)F(t)dt,\ x\in\mathbb{R}^{+}, \tag{9}$$

где $K(x,t)$ задается согласно формуле (2), а $K_0(x,t)$ имеет следующий вид:

$$K_{0}(x,t)=\int_{a}^{b}\alpha(x,s)e^{-\alpha(x,s)(x+t)}d\sigma(s),\quad (x,t)\in\mathbb{R}^{+}\times\mathbb{R}^{+}.$$

Тогда функция

$$f(x)=\begin{cases} F(x), & \text{если } x\geq 0,\\ -F(-x), & \text{если } x<0, \end{cases} \tag{10}$$

является непрерывным решением уравнения (1), где $F$ решение уравнения (9).

Действительно, в силу условий А) и С) из уравнения (1) будем иметь:

при $x\geq 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}K(x,t)f(t)dt=\int_{-\infty}^{0}K(x,t)f(t)dt+\int_{0}^{+\infty}K(x,t)f(t)dt=$$

$$=\int_{0}^{+\infty}K(x,-t)f(-t)dt+\int_{0}^{+\infty}K(x,t)F(t)dt=\int_{0}^{+\infty}\left(K(x,t)-K_{0}(x,t)\right)F(t)dt=$$

$$=F^{p}(x)=f^{p}(x),$$

если же $x<0$ $(-x>0)$, то в силу условия C) и определения $f$ имеем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K(x,t) f(t)\,dt = \int_{-\infty}^{0} K(x,t) f(t)\,dt + \int_{0}^{+\infty} K(x,t) f(t)\,dt =$$

$$= \int_{0}^{+\infty} K_0(-x,t) F(t)\,dt + \int_{0}^{+\infty} K(x,-t) f(-t)\,dt = \int_{0}^{+\infty} K_0(-x,t) F(t)\,dt -$$

$$-\int_{0}^{+\infty} K(x,-t) F(t)\,dt = \int_{0}^{+\infty} \left(K_0(-x,t) - K(-x,t)\right) F(t)\,dt = -F^p(-x) = f^p(x).$$

В §3 (пункт 3.1) мы докажем, что $F(0)=0$.

### 2.2. Об одном вспомогательном уравнении Вольтерра

Рассмотрим следующее линейное неоднородное интегральное уравнение Вольтерра:

$$\psi(x) = g(x) + \int_{x}^{\infty} \mathcal{V}(x,t)\psi(t)\,dt, \quad x \in \mathbb{R}^+ \tag{11}$$

относительно искомой функции $\psi(x)$, где

$$g(x) = 2\int_{a}^{b} e^{-2\alpha(x,s)x}\,d\sigma(s), \quad x \in \mathbb{R}^+, \tag{12}$$

$$\mathcal{V}(x,t) = 2K(x,t)\theta(t-x), \quad \forall (x,t) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+, \tag{13}$$

а $\theta$ – известная функция Хевисайда.

В дальнейшем будем предполагать, что монотонная функция $\sigma$ удовлетворяет следующему условию:

$$\int_{a}^{b} d\sigma(s) = \frac{1}{2}. \tag{14}$$

Уравнение (11) перепишем в операторной форме:

$$\left(I-V\right)\psi=g, \qquad (15)$$

где $I$ – единичный оператор, а $V$ – интегральный оператор Вольтерра следующего вида:

$$\left(Vf\right)(x)=\int_x^\infty \mathcal{V}(x,t)f(t)dt, \quad x\in\mathbb{R}^+. \qquad (16)$$

Можно проверить, что оператор $V$ действует в каждом из пространств $E$, где $E$ – одно из следующих банаховых пространств:

$$L_p\left(\mathbb{R}^+\right),\ 1\le p\le+\infty,\ L_\infty\left(\mathbb{R}^+\right),\ C_l\left(\mathbb{R}^+\right),\ C_0\left(\mathbb{R}^+\right),$$

где $C_l\left(\mathbb{R}^+\right)$ – пространство непрерывных и ограниченных функций на $\mathbb{R}^+$, а $C_0\left(\mathbb{R}^+\right)$ – пространство непрерывных функций на $\mathbb{R}^+$, имеющих нулевой предел в $+\infty$.

Это следует из свойств A)-C), накладываемых на функцию $\alpha(x,s)$.

Рассмотрим следующую задачу факторизации: для оператора $V$ найти такой интегральный оператор $W$ вида:

$$\left(Wf\right)(x)=\int_x^{+\infty}\mathcal{W}(x,t)f(t)dt,\ x\in\mathbb{R}^+,\ f\in E, \qquad (17)$$

$$\sup_{x\ge0}\int_0^\infty \mathcal{W}(x,t)dt<+\infty, \qquad (18)$$

чтобы имело место факторизация

$$I-V=\left(I-W\right)\left(I-U\right), \qquad (19)$$

где

$$\left(Uf\right)(x)=\beta\int_x^\infty e^{-\beta(t-x)}f(t)dt,\ x\in\mathbb{R}^+,\ f\in E. \qquad (20)$$

Согласно результатам работы [11] имеем:

$$\mathcal{W}(x,t)=2\int_a^b(\alpha(x,s)-\beta)e^{-\alpha(x,s)(t-x)}d\sigma(s)\theta(t-x),$$
$$\forall(x,t)\in R^+\times R^+. \tag{21}$$

Из представления (21) и условия (3) следует, что

$$\rho_0:=\sup_{x\geq 0}\int_0^\infty \mathcal{W}(x,t)dt\leq\int_a^b d\sigma(s)=\frac{1}{2}, \tag{22}$$

$$\rho_1:=\sup_{t\geq 0}\int_0^\infty \mathcal{W}(x,t)\,dx\leq 2\sup_{t\geq 0}\int_a^b\sup_{x\geq 0}(\alpha(x,s)-\beta)\frac{1}{\beta}d\sigma(s)<2\int_a^b d\sigma(s)=1. \tag{23}$$

Используя факторизацию (19), уравнение (15) запишем в следующем виде:

$$(I-W)(I-U)\psi=g. \tag{24}$$

Обозначим

$$(I-U)\psi=q. \tag{25}$$

Тогда

$$(I-W)q=g \tag{26}$$

или в раскрытом виде:

$$q(x)=g(x)+\int_x^\infty \mathcal{W}(x,t)q(t)dt,\ \ x\in\mathbb{R}^+. \tag{27}$$

Так как $\rho_0<1,\ \rho_1<1$ и $g\in L_1(\mathbb{R}^+)\cap L_\infty(\mathbb{R}^+)$, то уравнение (27) имеет единственное решение в $L_1(\mathbb{R}^+)\cap L_\infty(\mathbb{R}^+)$.

Теперь займемся решением уравнения (25). Решение уравнения (25) задается посредством следующей формулы:

$$\psi(x)=q(x)+\beta\int_x^\infty q(t)dt,\ x\in\mathbb{R}^+. \tag{28}$$

Покажем, что

$$m_1(q):=\int_0^\infty xq(x)dx<+\infty. \tag{29}$$

Сначала убедимся, что $m_1(g)<+\infty$. Действительно так как $\beta>0$, то из определения $g$ (см. (12)), имеем

$$m_1(g):=\int_0^\infty xg(x)dx\le 2\int_a^b\int_0^\infty xe^{-2\beta x}dxd\sigma(s)<+\infty.$$

С другой стороны

$$\rho_1:=\sup_{t\ge0}\int_0^\infty W(x,t)dx<1.$$

Следовательно,

$$\int_0^\infty x\int_0^\infty W(x,t)g(t)dtdx\le\int_0^\infty tg(t)dt<+\infty. \tag{30}$$

Тогда, так как $m_1(g)<+\infty$, то из (27) в силу (30) имеем $m_1(q)<+\infty$.

Используя это, получим, что уравнение (25) имеет решение из пространства $L_1(\mathbb{R}^+)\cap L_\infty(\mathbb{R}^+)$, т.е.

$$\psi\in L_1(\mathbb{R}^+)\cap L_\infty(\mathbb{R}^+). \tag{31}$$

### 2.3. Построение нетривиального решения однородного уравнения Вольтерра

Рассмотрим следующее однородное уравнение Вольтерра:

$$S(x)=\int_x^\infty\left(v(x,t)-\tilde{v}(x,t)\right)S(t)dt,\ \ x\in\mathbb{R}^+, \tag{32}$$

где

$$\tilde{v}(x,t)=2\int_a^b\alpha(x,s)e^{-\alpha(x,s)(x+t)}d\sigma(s),\ (x,t)\in\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}^+. \tag{33}$$

Так как при $(x,t)\in\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}^+$, $|x-t|\le x+t$, то

$$K(x,t) \geq K_0(x,t), \quad \forall (x,t) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+. \tag{34}$$

Итак, неравенство (34) установлено. Из (34) следует, что

$$v(x,t) \geq \tilde{v}(x,t), \; \forall (x,t) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+. \tag{35}$$

Следующая теорема в наших дальнейших рассуждениях существенно понадобится.

**Теорема 1.** *При условиях A)-C) и (14) уравнение (32) обладает неотрицательным нетривиальным и существенно ограниченным решением S, причем* $1 - S \in L_1(\mathbb{R}^+)$.

**Доказательство:** Рассмотрим следующее неоднородное уравнение Вольтерра:

$$Q(x) = g(x) + \int_x^\infty (v(x,t) - \tilde{v}(x,t))Q(t)dt, \quad x \in \mathbb{R}^+. \tag{36}$$

Для уравнения (36) введем следующие последовательные приближения:

$$Q_{n+1}(x) = g(x) + \int_x^\infty (v(x,t) - \tilde{v}(x,t))Q_n(t)dt, \; x \in \mathbb{R}^+, \tag{37}$$

$$Q_0(x) = g(x), \; n = 0,1,2,\ldots .$$

Индукцией по $n$ нетрудно убедиться, что

$$Q_n(x) \uparrow \text{ по } n, \; x \in \mathbb{R}^+, \tag{38}$$

$$Q_n(x) \leq \psi(x) \; , \; n = 0,1,2,\cdots, \; x \in \mathbb{R}^+, \tag{39}$$

функции $Q_n(x)$ измеримы по $x$. (40)

Следовательно, последовательность функций $\{Q_n(x)\}_{n=0}^\infty$ имеет поточечный предел, когда $n \to \infty : \lim\limits_{n\to\infty} Q_n(x) = Q(x)$, причем

$$g(x) \leq Q(x) \leq \psi(x), \; x \in \mathbb{R}^+. \tag{41}$$

Согласно предельной теоремы Б. Леви (см.[12]), функция $Q(x)$ является решением уравнения (36). Так как $\psi \in L_1\left(R^+\right) \cap L_\infty\left(R^+\right)$, то из (41) следует, что $Q \in L_1\left(R^+\right) \cap L_\infty\left(R^+\right)$.

Прямой проверкой можно убедиться, что уравнению (36) удовлетворяет также $Q_*\left(x\right) \equiv 1$. Индукцией по $n$ легко можно доказать, что

$$Q_n\left(x\right) \leq 1, \quad n = 0,1,2,\cdots, \; x \in \mathbb{R}^+. \tag{42}$$

Следовательно,

$$Q\left(x\right) \leq Q_*\left(x\right), \quad x \in \mathbb{R}^+ \tag{43}$$

Заметим, что

$$Q\left(x\right) \not\equiv Q_*\left(x\right), \tag{44}$$

ибо $Q \in L_1\left(\mathbb{R}^+\right) \cap L_\infty\left(\mathbb{R}^+\right)$, а $Q_*\left(x\right) \equiv 1$. Очевидно, что

$$S\left(x\right) = Q_*\left(x\right) - Q\left(x\right) = 1 - Q\left(x\right) \geq 0$$

является решением уравнения (32), причем $0 \leq S\left(x\right) \leq 1: \; S\left(x\right) \not\equiv 0$. Теорема доказана.

## §3. Разрешимость уравнения (1). Примеры

### 3.1 Построение нетривиального и ограниченного решения уравнения (9)

Рассмотрим следующие последовательные приближения для уравнения (9):

$$F_{n+1}^p\left(x\right) = \int_0^\infty \left(K\left(x,t\right) - K_0\left(x,t\right)\right) F_n\left(t\right) dt, \quad x \in \mathbb{R}^+ \tag{45}$$

$$F_0\left(x\right) \equiv 1, \;\; n = 1,2,....$$

Индукцией по $n$ сначала убедимся, что

$$F_n\left(x\right) \downarrow \text{ по } n, \; x \in \mathbb{R}^+. \tag{46}$$

Сперва докажем, что $F_1(x) \le F_0(x),\ x \in \mathbb{R}^+$. С учетом (2), (14) и (34) из (45) имеем

$$F_1^p(x) = \int_0^\infty \big(K(x,t) - K_0(x,t)\big)dt \le \int_0^\infty K(x,t)dt \le 1,$$

отсюда следует, что $F_1(x) \le 1 = F_0(x)$. Предполагая, что $F_n(x) \le F_{n-1}(x)$ при некотором натуральном $n$ и учитывая нечетность числа $p > 2$, из (45) получим

$$F_{n+1}^p(x) \le \int_0^\infty \big(K(x,t) - K_0(x,t)\big)F_{n-1}(t)dt = F_n^p(x),$$

откуда следует, что

$$F_{n+1}(x) \le F_n(x).$$

Теперь докажем, что

$$F_n(x) \ge \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p-1}} S(x),\ n = 0,1,2,\dots,\ x \in \mathbb{R}^+, \tag{47}$$

где $S(x)$ – решение однородного уравнения Вольтерра (32). Выполнение неравенства (47) в случае $n = 0$ сразу следует из (45) и из двойного неравенства

$$0 \le S(x) \le 1,\ x \in \mathbb{R}^+ \tag{48}$$

(см. доказательство теоремы 1). Предположим, что (47) выполняется при некотором $n \in \mathbb{N}$. Тогда в силу (34), (32) и (48) из (45) имеем:

$$F_{n+1}^p \ge \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p-1}} \int_x^\infty \big(K(x,t) - K_0(x,t)\big)S(t)dt =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{p}{p-1}} S(x) \ge \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p-1}} S(x)\right)^p.$$

Поскольку $p > 2$ – нечетное число, то из полученного неравенства следует:

$$F_{n+1}(x) \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p-1}} S(x).$$

Итак, (47) доказано.

Используя непрерывность функции $\alpha(x,s)$ (см. условие A)), индукцией по $n$ легко можно убедиться, что

$$F_n \in C\left(\mathbb{R}^+\right), \ n = 0,1,2,\ldots \tag{49}$$

Таким образом, из (46), (47) и (49) заключаем, что последовательность непрерывных функций $\left\{F_n(x)\right\}_{n=0}^{\infty}$ имеет поточечный предел, когда $n \to \infty$: $\lim\limits_{n\to\infty} F_n(x) = F(x)$, причем

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p-1}} S(x) \leq F(x) \leq 1, \ x \in \mathbb{R}^+. \tag{50}$$

Так как $F \in L_\infty\left(\mathbb{R}^+\right)$, $\alpha \in C\left(\mathbb{R} \times [a,b]\right)$, то из (9) легко следует, что $F \in C\left(\mathbb{R}^+\right)$, откуда, в частности, получаем, что $F(0) = 0$.

Следовательно, на основании теоремы Дини можем утверждать, что сходимость последовательности $\left\{F_n(x)\right\}_{n=0}^{\infty}$ в каждом компакте из $\mathbb{R}^+$ равномерна.

Итак, доказана следующая

**Теорема 2.** *При условиях A)-C) и (14) уравнение (9) имеет неотрицательное (нетривиальное), непрерывное и существенно ограниченное на* $\mathbb{R}^+$ *решение, причем, имеет место неравенство (50).*

### 3.2. Разрешимость основного уравнения (1)

Сперва заметим, что функция $f(x)$, задаваемая формулой (10), является нетривиальным непрерывным и ограниченным на $\mathbb{R}$ реше-

нием уравнения (1), причем, с учетом (50) и (10) она удовлетворяет следующему двойному неравенству:

$$-1 \le f(x) \le 1,\ x \in \mathbb{R}. \tag{51}$$

Ниже убедимся, что при дополнительном ограничении D) на функцию $\alpha(x,s)$ уравнение (1) обладает также однопараметрическим семейством непрерывных и ограниченных решений $\{f_n(x)\}_{n\in\mathbb{N}\cup\{0\}}$, вида

$$f_n(x) = f(x+nT),$$

где $T$ – основной период функции $\alpha(x,s)$ (см. условие D)). Действительно, учитывая (5), из (1) будет иметь

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(x,t) f_n(t)\,dt = \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x,s) e^{-\alpha(x,s)|x-t|} f_n(t)\,dt\,d\sigma(s) =$$

$$= \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x,s) e^{-\alpha(x,s)|x+nT-(t+nT)|} f(t+nT)\,dt\,d\sigma(s) =$$

$$= \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x+nT,s) e^{-\alpha(x+nT,s)|x+nT-(t+nT)|} f(t+nT)\,dt\,d\sigma(s) =$$

$$= \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x+nT,s) e^{-\alpha(x+nT,s)|x+nT-y|} f(y)\,dy\,d\sigma(s) = f^p(x+nT) = f_n^p(x).$$

Итак, доказана следующая

**Теорема 3.** *При условиях A)-D) и (14) уравнение (1) обладает однопараметрическим семейством нетривиальных решений вида* $f_n(x) = f(x+nT)$, $n = 0,1,2,\ldots,$ *где* $f(x)$ *задается согласно формуле (10), удовлетворяет неравенству (51), а* $F(x)$ *– неотрицательное нетривиальное и существенно ограниченное решение уравнения (9) и удовлетворяет неравенству (50).*

## 3.3. Примеры функций $\alpha(x,s)$

Примерами функции $\alpha(x,s)$, удовлетворяющих условиям A)-D), могут служить следующие:

- $\alpha(x,s)= \beta\left(1+\varepsilon(s)\sin^2 x\right),$

  где $\varepsilon(s)$ – непрерывная на $[a,b)$ функция, удовлетворяющая двойному неравенству:

$$\varepsilon(s)\geq 0,\ s\in[a,b);\ \sup_{s\in[a,b)}\varepsilon(s)<1$$

- $\alpha(x,s)=\left(\cos^2 x\right)\varepsilon_1(s)+\left(\sin^2 x\right)\varepsilon_2(s),$

  где $\varepsilon_j\in C[a,b),$ причем $\varepsilon_j(s)\geq\beta,\ \sup\limits_{s\in[a,b)}\varepsilon(s)<2\beta,\ j=1,2.$

### ЛИТЕРАТУРА


1. *Коган М.Н.* Динамика разряженного газа. Наука, М., 1967.
2. *Енгибарян Н.Б.*, *Хачатрян А.Х.* Вопросы нелинейной теории динамики разряженного газа // Матем. Моделирование. Т. 16, №1, (2004). СС. 67–74.
3. *Хачатрян Х.А.* Разрешимость консервативного интегрального уравнения на полуоси // Изд-во НАН Армении. Матем. Т. 37, № 4, (2002). СС. 30–37.
4. *Хачатрян А.Х., Хачатрян Х.А.* Об одном нелинейном интегральном уравнении типа уравнения Гаммерштейна с некомпактным оператором // Матем.сб. Т. 201, № 4, (2010). СС. 125–136.
5. *Frampton P.H.*, *Orada Y.* Effective scalar frield theori of p-adic string, Phis. Rev D, vol.37, № 10 (1988), 3077–3079.
6. *Владимиров В.С., Волович Я.И.* О нелинейном уравнении динамики в теории р-адической струны, ТМФ, Т. 138, № 3 (2004). СС. 355–368.
7. *Владимиров В.С.* Об уравнении *p*-адической открытой струны для скалярного поля тахионов // Изв. Сер. матем. Т. 69, №3 (2005). СС. 55–80.

8. *Владимиров В.С.* О решениях $p$-адических струнных уравнений, ТМФ. Т. 167, № 2 (2011). СС. 167–170.
9. *Владимиров В.С.* К вопросу несуществования решений уравнений $p$-адических струн. ТМФ, Т. 174, №2 (2013). СС. 178–185.
10. *Хачатрян Х.А.* О разрешимости некоторых классов нелинейных интегральных уравнений в теории $p$-адической струны // Изд-во РАН. Сер. Матем. Т. 82, №2 (2018) (в печати).
11. *Хачатрян Х.А., Григорян С.А.* О нетривиальной разрешимости одного нелинейного интегрального уравнения типа Гаммерштейна-Вольтерра // Владикавк. Матем. Журн. Т. 14, № 2 (2012). СС. 57–66.
12. *Колмогоров А.Н., Фомин В.С.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1981, 544 с.

## ON SOLVABILITY OF ONE CLASS OF NONLINEAR INTEGRAL EQUATIONS ON WHOLE LINE

**Kh. Khachatryan, A. Sisakyan**

### ABSTRACT

In the present paper we investigate one class of integral equations on whole line with power nonlinearity. Above-mentioned class of equations has applications in kinetic theory of gases. We prove the existence of nontrivial and bounded solutions. At the end of work we list particular examples of corresponding kernels.

**Keywords:** Factorization, successive approximations, bounded solution, monotonicity, kernel.

# ԱՄԲՈՂՋ ԱՌԱՆՑՔԻ ՎՐԱ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԻՆՏԵԳՐԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՄԻ ԴԱՍԻ ԼՈՒԾԵԼԻՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

**Խ.Ա. Խաչատրյան, Ա.Ա. Սիսակյան**

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Աշխատանքում հետազոտված է աստիճանային ոչ գծայնությամբ ին-տեգրալ հավասարումների մի դաս՝ ամբողջ առանցքի վրա: Նշված հավա-սարումների դասն ունի կիրառություն գազերի կինետիկ տեսության մեջ: Ապացուցված է այդպիսի հավասարումների ոչ տրիվիալ սահմանափակ լուծման գոյությունը: Աշխատանքի վերջում բերված են հավասարումներում առկա կորիզների մասնավոր օրինակներ:

**Հիմնաբառեր**՝ ֆակտորիզացիա, հաջորդական մոտավորություններ, սահմանափակ լուծում, մոնոտոնություն, կորիզ:

УДК 539.3

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ АНИЗОТРОПНОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА*

**И.А. Варданян**

*Российско-Армянский университет*

*irena_123@bk.ru*

**АННОТАЦИЯ**

В данной статье рассматривается задача нелинейного флаттера анизотропной прямоугольной пластинки, обтекаемой сверхзвуковым потоком газа. Задача решается приближенно численно-аналитическим методом Галеркина. Задача исследуется как в линейной, так и в нелинейной постановке. Произведен анализ полученных результатов с известными в литературе. Разработана расчетная программа, с помошью которой можно сделать общий анализ устойчивости рассматриваемой физической задачи.

**Ключевые слова**: анизотропная пластинка, сверхзвуковой поток газа, устойчивость.

1. Рассмотрим тонкую анизотропную прямоугольную пластинку постоянной толшины $h$. Пусть материал пластинки подчиняется обобщенному закону Гука и в каждой точке имеет три плоскости упругой симметрии, главные направления которых совпадают с направлениями ортогональных координатных линий $\alpha, \beta, \gamma$. Координатная поверх-

* *Работа выполнена на кафедре Математики и математического моделирования РАУ в рамках проекта, финансируемого Министерством образования РФ.*

ность $\alpha,\beta$ совпадает со срединной поверхностью пластинки. Пусть пластинка обтекается с одной стороны сверхзвуковым потоком газа с невозмущенной скоростью $u$, направленной вдоль оси $0\alpha$. Исследуется устойчивость рассматриваемой анизотропной пластинки в потоке сверхзвукового газа.

С целью математического моделирования поставленной задачи принимаются следующие предположения [1–4]:

а) Гипотеза Кирхгофа-Лява о недеформируемых нормалях;

б) Основные предположения теории гибких пластин, считая, что нормальные перемещения сравнимы с толщиной пластинки;

в) Избыточное давление газа представляется по приближенной формуле «прощневой теории».

На основе принятых предположений получается следующая система дифференциальных уравнений движения пластинки [5–7]:

$$a_{11}\frac{\partial^4 F}{\partial\alpha^4}+\left(a_{66}-2a_{12}\right)\frac{\partial^4 F}{\partial\alpha^2\partial\beta^2}+a_{22}\frac{\partial^4 F}{\partial\beta^4}+ \\ +k_1\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}+k_2\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\partial\beta}\right)^2=0, \quad (1)$$

$$D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial\alpha^4}+2\left(D_{12}+2D_{66}\right)\frac{\partial^4 w}{\partial\alpha^2\partial\beta^2}+D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial\beta^4}-\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}\frac{\partial^2 F}{\partial\beta^2}-\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}\frac{\partial^2 F}{\partial\alpha^2}+ \\ +2\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha\partial\beta}\frac{\partial^2 F}{\partial\alpha\partial\beta}+Z\left(\alpha,\beta,t\right)=0, \quad (2)$$

Здесь

$$D_{ik}=B_{ik}\frac{h^3}{12},\ c_{ik}=B_{ik}h,$$

$$a_{11}=\frac{c_{11}}{\Omega},\ a_{22}=\frac{c_{22}}{\Omega},\ a_{12}=\frac{c_{12}}{\Omega},$$

$$a_{66}=\frac{1}{c_{66}},\ \Omega=c_{11}c_{22}-c_{12}^2,$$

где $w(\alpha,\beta,t)$ – прогиб пластинки; $B_{ik}$ – коэффициенты упругости; $F = F(\alpha,\beta,t)$ – функция напряжений. Отметим, что здесь коэффициенты анизотропии $a_{ik}$, $c_{ik}, B_{ik}$ приведены согласно обозначениям работ. Поперечная нагрузка $Z(\alpha,\beta,t)$, возникающая вследствие возмущений, складывается из сил инерции, сил демпфирования и избыточного аэродинамического давления $\Delta p = p - p_\infty$:

$$Z = -\rho_0 h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \rho_0 h \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + \Delta p, \tag{3}$$

где $\rho_0$ – плотность материала пластинки, $\varepsilon$ – коэффициент линейного затухания, $t$ – время, где $p$ – давление газа на поверхности пластинки, $p_\infty$ – давление невозмущенного потока газа.

Гидродинамическое давление $p$ на поверхности тела вычисляется на основе формулы поршневой теории $p = p_\infty \left(1 + \frac{æ-1}{2}\frac{v_3}{a_\infty}\right)^{\frac{2æ}{æ-1}}$,

где $v_3$ – нормальная составляющая скорости точек поверхности пластинки. Разлагая это выражение в ряд Тейлора по степеням $v_3 a_\infty^{-1}$ и ограничивая членами не выше третьей степени, получим:

$$p \approx p_\infty \left[1 + \frac{æ v_3}{a_\infty} + \frac{æ(æ+1)}{4}\left(\frac{v_3}{a_\infty}\right)^2 + \frac{æ(æ+1)}{12}\left(\frac{v_3}{a_\infty}\right)^3\right].$$

Далее, подставим вместо $v_3$ выражение $v_3 \approx \frac{\partial w}{\partial t} + U\frac{\partial w}{\partial x}$, где $w = w(x,y)$ прогиб недеформированной срединной поверхности. Нестационарный член в правой части последней формулы соответствует аэродинамическому демпфированию, влияние которого в большинстве случаев оказывается незначительным, и учитывается лишь

наиболее существенный линейный член $æp_\infty a_\infty^{-1}\partial w/\partial t$. В результате, формула аэродинамического давления принимает следующий вид:

$$p \approx p_\infty\left[1+æM\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{æ(æ+1)M^2}{4}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\frac{æ(æ+1)M^3}{12}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^3\right].$$

Подставляя последнее в выражение (3), получим следующую формулу вычисления поперечной нагрузки:

$$Z=-\rho_0 h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-\left(\rho_0 h\varepsilon+\frac{æp_\infty}{a_\infty}\right)\frac{\partial w}{\partial t}-æp_\infty\left[M\frac{\partial w}{\partial\alpha}+\right.$$
$$\left.+\frac{æ+1}{4}M^2\left(\frac{\partial w}{\partial\alpha}\right)^2+\frac{æ+1}{12}M^3\left(\frac{\partial w}{\partial\alpha}\right)^3\right], \qquad (4)$$

где $M=U/a_\infty$ – число Маха для невозмущенного потока газа; æ – показатель политропы.

В представлении (4) из членов, учитывающих аэродинамическое демпфирование, сохранен лишь наиболее существенный линейный член.

При исследовании вопросов устойчивости к уравнениям (1) – (2), где $Z$ определяется согласно (4), присоединяются также условия на контуре пластинки.

2. Рассмотрим шарнирно опертую по всему контуру ортотропную пластинку, края которой свободно смещаются в плане. Тогда граничные условия имеют следующий вид [7]:

при $\alpha=0$, $\alpha=a$

$$w=0,\quad M_\alpha=-D_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}-D_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}=0, \qquad (5)$$

при $\beta=0$, $\beta=b$

$$w=0,\quad M_\beta=-D_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}-D_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}=0. \qquad (6)$$

Приближенное решение системы (1) – (2) будем искать в виде

$$w(\alpha,\beta,t)=\sum_{i=1}^{m} f_i(t)\sin\lambda_i\alpha\cdot\sin\mu_1\beta,$$
$$\left(\lambda_i=\frac{i\pi}{a},\ \mu_k=\frac{k\pi}{b}\right). \tag{7}$$

Здесь $f_i(t)$ – подлежащие определению функции времени $t$. Рассматривая (7), легко заметить, что граничные условия (5) и (6) удовлетворяются.

Сформулированная краевая задача детально рассмотрена в работах [5–7] при m=2. Известны некоторые исследования при других значениях m [8,9], но в основном в них проведены численные расчеты и аналитическое исследование практически отсутствует.

Настоящая работа посвящена численно-аналитическому исследованию сформулированной краевой задачи методом Галеркина при любом значении m. В частности, при m=4, подставляя (7) в (1), получаем следующее линейное уравнение относительно функции $F(\alpha,\beta,t)$:

$$a_{11}\frac{\partial^4 F}{\partial\alpha^4}+(a_{66}-2a_{12})\frac{\partial^4 F}{\partial\alpha^2\partial\beta^2}+a_{22}\frac{\partial^4 F}{\partial\beta^4}=\frac{\lambda_1^2\mu_1^2}{2}[\cos\lambda_2\alpha+\cos\mu_2\beta]f_1^2+$$
$$+\frac{\lambda_1^2\mu_1^2}{4}[-\cos\lambda_1\alpha+9\cos\lambda_3\alpha+9\cos\lambda_1\alpha\cdot\cos\mu_2\beta-\cos\lambda_3\alpha\cdot\cos\mu_2\beta]f_1f_2+$$
$$+2\lambda_1^2\mu_1^2[\cos\lambda_4\alpha+\cos\mu_2\beta]f_2^2+\lambda_1^2\mu_1^2[-\cos\lambda_2\alpha+4\cos\lambda_4\alpha+$$
$$+4\cos\lambda_2\alpha\cdot\cos\mu_2\beta-\cos\lambda_4\alpha\cdot\cos\mu_2\beta]f_1f_3+$$
$$+\frac{\lambda_1^2\mu_1^2}{4}[-\cos\lambda_1\alpha+25\cos\lambda_5\alpha+25\cos\lambda_1\alpha\cdot\cos\mu_2\beta-\cos\lambda_5\alpha\cdot\cos\mu_2\beta]f_2f_3+$$
$$+\frac{9}{2}\lambda_1^2\mu_1^2[\cos\lambda_6\alpha+\cos\mu_2\beta]f_3^2+\frac{\lambda_1^2\mu_1^2}{4}[-9\cos\lambda_3\alpha+25\cos\lambda_5\alpha+$$
$$+25\cos\lambda_3\alpha\cdot\cos\mu_2\beta-9\cos\lambda_5\alpha\cdot\cos\mu_2\beta]f_1f_4+$$
$$+\lambda_1^2\mu_1^2[-\cos\lambda_2\alpha+9\cos\lambda_6\alpha+9\cos\lambda_2\alpha\cdot\cos\mu_2\beta-\cos\lambda_6\alpha\cdot\cos\mu_2\beta]f_2f_4+$$
$$+8\lambda_1^2\mu_1^2[\cos\lambda_8\alpha+\cos\mu_2\beta]f_4^2+$$
$$+\frac{\lambda_1^2\mu_1^2}{4}[-\cos\lambda_1\alpha+49\cos\lambda_7\alpha+49\cos\lambda_1\alpha\cdot\cos\mu_2\beta-\cos\lambda_7\alpha\cdot\cos\mu_2\beta]f_3f_4 \tag{8}$$

Решение уравнения (1), удовлетворяющего условиям (5) и (6), находим методом неопределенных коэффициентов. В это решение входят неизвестные функции $f_i(t)$, для определения которых воспользуемся уравнением (2). Подставляя (3), (7) и найденное выражение для $F(\alpha,\beta,t)$ в (2) и применяя метод Бубнова-Галеркина для определения безразмерных неизвестных $x_i = f_i(t)/h$, $i = 1,2,...,m$, в случае ортотропной пластинки получаем следующую систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} + (\varepsilon + \varepsilon_a)\frac{dx_i}{dt} + \omega_i^2 f_i + \psi_i(f_1, f_2, ..., f_n) = 0,\ (i = 1,2,...,m) \quad (9)$$

Так как при больших значениях m приведенная система нелинейных уравнений слишком громоздкая, здесь приводим лишь линейную систему для случая m=4.

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2x_1}{d\tau^2} + \chi\frac{dx_1}{d\tau} + x_1 - \frac{2}{3}k\nu x_2 - \frac{4}{15}k\nu x_4 = 0,\\
&\frac{d^2x_2}{d\tau^2} + \chi\frac{dx_2}{d\tau} + \gamma_2^2 x_2 + \frac{2}{3}k\nu x_1 - \frac{6}{5}k\nu x_3 = 0,\\
&\frac{d^2x_3}{d\tau^2} + \chi\frac{dx_3}{d\tau} + \gamma_3^2 x_3 + \frac{6}{5}k\nu x_2 - \frac{12}{7}k\nu x_4 = 0,\\
&\frac{d^2x_4}{d\tau^2} + \chi\frac{dx_4}{d\tau} + \gamma_4^2 x_4 + \frac{4}{15}k\nu x_1 + \frac{12}{7}k\nu x_3 = 0.
\end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, вопрос устойчивости рассматриваемой аэроупругой системы сводится к исследованию устойчивости решения системы (10) в зависимости от значения приведенного параметра скорости $\nu$. Для этой цели представим частное решение системы (10) в виде:

$$x_i = y_i e^{\lambda\tau},\ i = \overline{1,4}\,.$$

Подставляя это решение в системы (10) получим однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно $y_i$. Известно, что такая система имеет ненулевое решение, если ее определитель равен

нулю. Составляя указанный определитель, получим следующее характеристическое уравнение относительно $\lambda$:

$$a_0\lambda^8 + a_1\lambda^7 + a_2\lambda^6 + a_3\lambda^5 + a_4\lambda^4 + a_5\lambda^3 + a_6\lambda^2 + a_7\lambda + a_8 = 0 \qquad (11)$$

где:

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 4\chi, \quad a_2 = \left(\gamma_2^2 + \gamma_3^2 + \gamma_4^2 + 1 + 6\chi^2\right), \quad a_3 = \chi\left(3 + 3\gamma_2^2 + 3\gamma_3^2 + 3\gamma_4^2 + 4\chi^2\right),$$

$$a_4 = (\gamma_2^2 + \gamma_3^2 + \gamma_4^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_2^2\gamma_4^2 + \gamma_3^2\gamma_4^2 + \frac{10792k^2\nu^2}{2205} + \chi^2(3 + 3\gamma_2^2 + 3\gamma_3^2 + 3\gamma_4^2 + \chi^2)),$$

$$a_5 = (2\chi(\gamma_2^2 + \gamma_3^2 + \gamma_4^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_2^2\gamma_4^2 + \gamma_3^2\gamma_4^2 + \frac{10792k^2\nu^2}{2205}) + \chi^3(1 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 + \gamma_4^2)),$$

$$a_6 = (\gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_2^2\gamma_4^2 + \gamma_3^2\gamma_4^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2\gamma_4^2 + \frac{5364k^2\nu^2}{1225} + \frac{33184k^2\nu^2\gamma_2^2}{11025} +$$
$$+ \frac{116k^2\nu^2\gamma_3^2}{225} + \frac{424k^2\nu^2\gamma_4^2}{225} + \chi^2(\gamma_2^2 + \gamma_3^2 + \gamma_4^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_2^2\gamma_4^2 + \gamma_3^2\gamma_4^2 + \frac{10792k^2\nu^2}{2205})),$$

$$a_7 = \chi(\gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_2^2\gamma_4^2 + \gamma_3^2\gamma_4^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2\gamma_4^2 + \frac{5364k^2\nu^2}{1225} + \frac{33184k^2\nu^2\gamma_2^2}{11025} +$$
$$+ \frac{116k^2\nu^2\gamma_3^2}{225} + \frac{424k^2\nu^2\gamma_4^2}{225}), \qquad (12)$$

$$a_8 = \gamma_2^2\gamma_3^2\gamma_4^2 + \frac{144k^2\nu^2\gamma_2^2}{49} + \frac{16k^2\nu^2\gamma_2^2\gamma_3^2}{225} + \frac{36k^2\nu^2\gamma_4^2}{25} + \frac{4k^2\nu^2\gamma_3^2\gamma_4^2}{9} + \frac{65536k^4\nu^4}{30625}$$

Невозмущенная форма пластинки будет устойчива, если действительные части корней характеристического уравнения будут отрицательными. Следовательно, условия устойчивости, согласно теореме Гурвица [7], записываются в виде:

$$\Delta_i > 0, \left(i = 1, \ldots 8\right) \qquad (13)$$

где $\Delta_i$ – диагональные миноры следующей матрицы Гурвица

$$H=\begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 \end{pmatrix}$$

Система (10) решена численно при следующих исходных данных: $E = 7.3\cdot 10^{10}$ Н/м$^2$; $\mu = 0.34$; $\rho_0$=$2.79\cdot 10^3$кг/м$^3$ (дюралюминий), æ=1.4;$\rho_\infty = 1.29 кг/м^3$ (воздух). Критическим называется то значение параметра скорости $\nu = \nu_{cr}$, при котором нарушается хотя бы одно неравенство системы (13). В случае квадратной пластинки (b=a) для различных значений приведенной толщины (h/a) в Таблице 1 приведены значения критической скорости для двух значений m (m=2 и m=4).

**Таблица 1.**

| | значение критической скорости $\nu = \nu_{cr}$ | |
|---|---|---|
| h/a | m=2 | m=4 |
| 1/50 | 2.6021 | 3.736 |
| 1/70 | 0.6773 | 0.9725 |
| 1/100 | 0.0158 | 0.0222 |
| 1/200 | 0.0102 | 0.0146 |
| 1/300 | 0.002 | 0.0029 |

Результаты вычислений показывают, что 1) чем тоньше пластинка, тем меньше различаются результаты; 2) случай m=2 дает пониженное значение критической скорости.

4. Перейдем к исследованию нелинейной задачи. В этом направлении целью настоящей работы является составление расчетной программы-пакета в среде Mathematica, которая для любого количества слагаемых в представлении Галеркина (7): 1) вычисляет функцию напряжений, 2) получает нелинейное уравнение в частных производных, 3) применяет метод Галеркина, 4) выдает нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений (9) в раскрытой форме; 5) вычисляет значение критической скорости, согласно критериям Гурвица (13), на основе соответствующей линейной задачи. Следует отметить, что в литературе нам неизвестно существование такой программы, а иногда ссылаются на некоторые существующие пакеты, которые численными методами решают задачи Коши. То есть с их помощью исследуется поведение амплитуды флаттерных колебаний во времени и все результаты, полученные при применении указанных пакетов, приводятся в виде графиков или таблиц. Возникает вопрос: в чем преимущество разработанного нами пакета? Дело в том, что мы предлагаем универсальную доступную программу, которая, в отличие от уже известных, дорогостоящих и недоступных для нас программ, имеет открытый код и имеет возможность исследовать как зависимость амплитуда-скорость, так и зависимость амплитуда-частота флаттерных колебаний, которые играют важную роль при исследований задач устойчивости прямоугольных тонких тел в сверхзвуковом потоке газа. Корректность результатов программы неоднократно проверена и подтверждена сравнением с результатами классических и современных авторов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972. 432 с.

2. *Ashley H., Zartarian C.* Piston theory – a new aerodynamic tool for the aeroelastician.//Journ. Aeronaut. Sci. 23. № 6. 1956.
3. *Власов В.З.* Общая теория оболочек и её приложения в технике. М.: Гостехтеориздат, 1949.
4. *Ильюшин А.А.* Закон плоских сечений при больших сверхзвуковых скоростях //ПММ. 1956. Т.20. Вып.6.
5. *Болотин В.В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости.М.: Физматгиз, 1961. 339 с.
6. *Багдасарян Г.Е., Микилян М.А., Сагоян Р.О.* Характер амплитудно-частотной зависимости нелинейных колебаний гибкой пластинки при критических скоростях. Прикладная математика и механика. Прикладная математика и механика, Гюмри, 2014, Вып. А, № 1. СС. 20–39.
7. *Baghdasaryan G., Mikilyan M., Saghoyan R., Cestino E. Frulla G.,* Marzocca P. Nonlinear LCO “amplitude–frequency” characteristics for plates fluttering at supersonic speeds. International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 77, December 2015. PP. 51–60.

## MATHEMATICAL MODELING AND INVESTIGATION OF STABILITY OF ANIZOTROPIC RECTANGULAR PLATE IN A SUPERSONIC GAS FLOW

**I. Vardanyan**

### ABSTRACT

The problem of nonlinear flutter of anisotropic rectangular plate placed in a supersonic gas flow, is considered. The problem is solved approximately by the numerical-analytical Galerkin method. The problem is investigated both in the linear and in the nonlinear formulation. Comparison of obtained results with the known in the literature is done. Computational program has been developed, with the help of which it is possible to make a general analysis of the stability of the physical problem under consideration.

**Keywords**: anisotropic plate, supersonic gas flow, stability.

# ԳԱԶԻ ԳԵՐՁԱՅՆԱՅԻՆ ՀՈՍԱՆՔՈՎ ՇՐՋՀՈՍՎՈՂ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ՍԱԼԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ և ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ի.Ա.Վարդանյան

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Դիտարկված է գազի գերձայնային հոսանքով շրջհոսվող անիզոտրոպ ուղղանկյուն սալի ոչ գծային ֆլատերի խնդիրը: Խնդիրը լուծված է մոտավոր՝ Գալյորկինի մեթոդով: Հետազոտությունը կատարված է երկու դրվածքով՝ գծային և ոչգծային: Կատարված է ստացված արդյունքների անալիզ գրականության մեջ հայտնի արդյունքների հետ: Առաջարկված է հաշվարկային ծրագիր, որը հնարավորություն է տալիս կատարել հետազոտվող ֆիզիկական դրվածքով խնդրի կայունության ընդհանուր հետազոտություն:

**Հիմնաբառեր՝** անիզոտրոպ սալ, գազի գերձայնային հոսանք, կայունություն:

УДК 517. 9

# О СРАВНЕНИИ ОДНОГО КЛАССА МНОГОЧЛЕНОВ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ*

**Г.Г. Тоноян**

*Российско-Армянский университет*

*jolisourire@yandex.ru*

## АННОТАЦИЯ

В данной статье получены необходимые и достаточные условия для сравнения с весом одного класса многочленов двух переменных. Цель работы – исследовать вопрос сравнения с весом многочленов от двух переменных.

**Ключевые слова:** однородный многочлен, сравнение с весом многочленов.

Будем пользоваться следующими стандартными обозначениями: $N$ – множество натуральных чисел, $N_0 \equiv N \cup \{0\}$, $N_0^n$, $n \in N$, множество $n$–мерных мультииндексов, т. е. точек $\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_n)$, $\alpha_j \in N_0$, $j = 1, ..., n$, $R^n$ – $n$ – мерное вещественное эвклидово пространство точек $\xi = (\xi_1, ..., \xi_n)$, $R_0^n \equiv \{\xi \in R^n, \xi_1 \cdot ... \cdot \xi_n \neq 0\}$. Для любых $\xi \in R^n$ и $\alpha \in N_0^n$ обозначим $\xi^\alpha \equiv \xi_1^{\alpha_1} ... \xi_n^{\alpha_n}$, $D^\alpha = D_1^{\alpha_1} ... D_n^{\alpha_n}$, где $D_j = \dfrac{\partial}{\partial \xi_j}$, $j = 1, ..., n$.

---

* *Работа выполнена в рамках тематического финансирования РАУ из средств МОБН РФ.*

Характеристическим многогранником (х. м.) конечного набора $A \subset R_+^n \equiv \left\{\xi \in R^n, \xi_j \ge 0, j = 1,...,n\right\}$ называется минимальный выпуклый многогранник $\Re \subset R_+^n$, содержащий множество $A \cup \{0\}$.

Многогранник $\Re \subset R_+^n$ называется полным, если $\Re$ имеет вершину в начале координат и отличные от начала координат вершины на каждой оси координат. Полный многогранник $\Re \subset R_+^n$ называется «правильным» (вполне правильным (в. п.)), если компоненты всех внешних (относительно $\Re$) нормалей $(n-1)-$мерных некоординатных граней неотрицательны (положительны).

Для в. п. многогранника $\Re \subset R_+^n$ через $\Lambda(\Re)$ обозначим множество нормалей $\lambda = (\lambda_1,...,\lambda_n)$ $(n-1)-$мерных некоординатных граней $\Re$, для которых $\min\left\{\lambda_j, j = 1,...,n\right\} = 1$.

Через $B(n)$ обозначим множество тех в. п. многогранников $\Re \subset R_+^n$, для которых

$$\max\left\{(\nu,\lambda) \equiv \nu_1\lambda_1 + ... + \nu_n\lambda_n, \nu \in \Re\right\} \equiv d_\Re(\lambda) \le 1 \quad \forall \lambda \in \Lambda(\Re).$$

Для многогранника $\Re \in B(n)$ обозначим $\Re^0$ – множество вершин $\Re$ и составим функцию

$$h_\Re(\xi) = \sum_{\nu \in \Re^0} |\xi|^\nu \equiv \sum_{\nu \in \Re^0} |\xi_1|^{\nu_1} ... |\xi_n|^{\nu_n} .$$

Числа

$$d_0(\Re) \equiv \max\left\{d_\Re(\lambda), \lambda \in \Lambda(\Re)\right\},$$

$$\rho_0(\Re) \equiv \max\left\{|\nu| \equiv \nu_1 + ... + \nu_n, \nu \in \Re^0\right\},$$

$$\rho_1(\Re) \equiv \min\left\{|\nu|, 0 \ne \nu \in \Re^0\right\}$$

Называются, соответсвенно, формальным, максимальным и минимальным порядками функции $h_{\Re}$.

Пусть $P(\xi) = \sum_{\alpha\in(P)} \gamma_\alpha \xi^\alpha$, $\gamma_\alpha \in \mathbb{C}$, многочлен, где сумма распространяется по конечному набору $(P) \equiv \{\alpha \in N_0^n, \gamma_\alpha \neq 0\}$. Представим многочлен $P$ в виде:

$$P(\xi) = \sum_{j=0}^{m} P_j(\xi), \tag{1}$$

где $m \equiv \max\{|\alpha|, \alpha \in (P)\}$ – порядок многочлена $P$, а $P_j$ – однородный многочлен порядка $j$, $j = 0,...,m$.

Точка $\tau \in R^n$ называется нулем многочлена $P$ порядка $\ell(\tau) \in N$, если

$$P^{(\alpha)}(\tau) \equiv (D^\alpha P)(\tau) = 0 \ \ \forall \alpha \in N_0^n,\ |\alpha| < \ell(\tau) \text{ и}$$

$$\sum_{|\alpha| = \ell(\tau)} \left| P^{(\alpha)}(\tau) \right| \neq 0.$$

По определению при $P(\tau) \neq 0$ будем считать, что $\ell(\tau) = 0$. Для однородного многочлена $P$ обозначим

$$\Sigma(P) \equiv \{\tau \in R^n, \|\tau\| = 1, P(\tau) = 0\}.$$

В дальнейшем будем считать, что $n = 2$ и $\xi = (\xi_1, \xi_2)$.

**Определение 1.** Скажем, что многочлен $Q(\xi)$ $h_{\Re}$ ($\Re \in B(2)$) слабее многочлена $P(\xi)$ и запишем $Q \prec^{h_{\Re}} P$, если существует постоянная $C > 0$ такая, что

$$\tilde{Q}(\xi, h_{\Re}(\xi)) \leq C \cdot \tilde{P}(\xi, h_{\Re}(\xi)) \ \ \forall \xi \in R^2,$$

где для данного многочлена $q$ и числа $t > 0$

$$\tilde{q}(\xi,t) \equiv \sqrt{\sum_{\alpha\in N_0^2}\left|\frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial\xi_1^{\alpha_1}\partial\xi_2^{\alpha_2}}q(\xi)\right|^2 t^{2|\alpha|}}\,.$$

Для многоугольника $\Re\in B(2)$ через $(\chi_1(\Re),0)$ и $(0,\chi_2(\Re))$ обозначим вершины $\Re$, лежащие на соответствующих осях координат.

**Определение 2.** (см. [1]) Многочлен $P(\xi)=\sum_{j=0}^{m}P_j(\xi)$ порядка $m$ называется гиперболическим (по Гордингу) относительно первого компонента, если $P_m(1,0,...,0)\neq 0$ и существует постоянная $C\in R$ такая, что $P(\xi)\neq 0$, $\xi_1\in\mathbb{C}$, $(\xi_2,...,\xi_n)\in R^{n-1}$ при $\operatorname{Im}\xi_1<C$.

**Определение 3.** ( см. [9] ) Многочлен $P(\xi)=\sum_{j=0}^{m}P_j(\xi)$ порядка $m$ называется $s$ ($s>1$) гиперболическим относительно вектора $\eta\in R^n$, если $P_m(\eta)\neq 0$ и существует постоянная $C>0$ такая, что при $|t|\geq C\left(1+|\xi|^{\frac{1}{s}}\right)$, $t\in R$, $P(\xi+it\eta)\neq 0$.

**Определение 4.** Пусть $h(\xi)\geq 1$, $\xi\in R^n$. Многочлен $P(\xi)=\sum_{j=0}^{m}P_j(\xi)$ порядка $m$ называется $h$ гиперболическим относительно вектора $\eta\in R^n$, если $P_m(\eta)\neq 0$ и существует постоянная $C>0$ такая, что при $|t|\geq Ch(\xi)$, $t\in R$, $P(\xi+it\eta)\neq 0$.

В.Н. Маргаряном в работе [6] доказана следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть $\Re\in B(2)$, $\rho_0(\Re)<1$, $P_{m_0}$ – однородный многочлен порядка $m_0$. Многочлен $Q$ порядка $m$, представленный в виде (1), $h_{\Re}$ слабее многочлена $P_{m_0}$ тогда и только тогда, когда

1) $m_0 \geq m$,

2) $m_0 - \ell(\tau)(1-\delta_0(\tau)) \geq \max\{k - \ell_k(\tau)(1-\delta_0(\tau)), k = 0,...,m\}$,

где $\ell(\tau)$ и $\ell_k(\tau)$ порядки нулей многочленов $P_{m_0}$ и $Q_j$ ($j = 0,...,m$) в точке $\tau \in \sum(P_{m_0})$, а

$$\delta_0(\tau) \equiv \begin{cases} \rho_0(\Re), \tau \in \sum(P_{m_0}) \cap R_0^2 \\ \chi_1(\Re), \tau \in \sum(P_{m_0}), \tau_2 = 0 \\ \chi_2(\Re), \tau \in \sum(P_{m_0}), \tau_1 = 0. \end{cases}$$

**Теорема 2.** Пусть однородный многочлен порядка $m$ $P_m(\xi_1, \xi_2)$, $D_1 P_m \cdot D_2 P_m \neq 0$, гиперболичен относительно вектора $\eta = (1,0)$, $\Re \in B(2)$, $\rho_0(\Re) < 1$, $Q(\xi_1, \xi_2) = \sum_{j=0}^{k} Q_j(\xi_1, \xi_2)$, где $Q_j$ однородный многочлен порядка $j$, $j = 0,...,k$. Многочлен $Q$ $h_{\Re}$ слабее многочлена $P_m$ тогда и только тогда, когда $Q \prec^{h_{\tilde{\Re}}} P_m$, где

$$\tilde{\Re} = \left\{ \nu \in \Re_+^2, \frac{\nu_1}{\chi_1(\Re)} + \frac{\nu_2}{\rho_0(\Re)} < 1 \right\}.$$

**Доказательство**. Так как $\pm(1,0) \notin \sum(P_m)$, то для любого $\mathfrak{M} \in B(2)$ с $\rho_0(\mathfrak{M}) < 1$ условие $Q \prec^{h_{\mathfrak{M}}} P_m$ в силу теоремы 1 эквивалентно следующей системе неравенств:

$$\begin{cases} k \leq m \\ m - \ell(\tau, P_m)(1-\rho_0(\mathfrak{M})) \geq j - \ell(\tau, Q_j)(1-\rho_0(\mathfrak{M})), j = 0,...,k, \tau \in \sum(P_m) \cap R_0^2 \\ m - \ell(\tau, P_m)(1-\chi_2(\mathfrak{M})) \geq j - \ell(\tau, Q_j)(1-\chi_2(\mathfrak{M})), \tau = \pm(0,1) \in \sum(P_m). \end{cases} \quad (2)$$

Так как в силу определения $\tilde{\mathfrak{R}}$ $\chi_1\left(\tilde{\mathfrak{R}}\right)=\chi_1\left(\mathfrak{R}\right)$ и $\rho_0\left(\tilde{\mathfrak{R}}\right)=\rho_0\left(\mathfrak{R}\right)$, то утверждение теоремы непосредственно следует из неравенств (2) для $\mathfrak{R}$ и $\tilde{\mathfrak{R}}$ в силу теоремы 1.

**Следствие 1.** Если при условиях теоремы $\pm(1,0)\notin\sum(P_m)$, то $Q\prec^{h_{\mathfrak{R}}}P$ тогда и только тогда, когда $Q\prec^{h_{\mathfrak{R}_1}}P_m$, где $\mathfrak{R}_1=\left\{\nu\in\mathfrak{R}_+^2,\frac{|\nu|}{\rho_0(\mathfrak{R})}\le 1\right\}$.

**Доказательство** проводится аналогично теореме 2.

**Следствие 2.** При условиях теоремы если $k<m$, то многочлен $P_m+Q\ \ h_{\tilde{\mathfrak{R}}}$ гиперболичен относительно вектора $\eta\in R^n$.

**Доказательство** непосредственно следует из теоремы 2 в силу работы [5].

**Следствие 3.** При условиях следствия 1 если $k<m$, то многочлен $P_m+Q\quad s=1/\rho_0(\mathfrak{R})$ гиперболичен относительно вектора $\eta\in R^n$.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Hormander L.* The Analysis of Linear Partial Differential Operators, Vol. 2, Springer-Verlag, 1983.
2. *Казарян Г.Г., Маргарян В.Н.* О решениях задачи Коши $h-$ гиперболических уравнений. Изд-во НАН Арм. Т. 50, № 2. СС. 53–62, 2015.
3. *Hormander L.* On Interior Regularity of Solutions of Partial Differential Equations, Comm. Pure. Appl. Math., 11. PP. 197–218, 1956.
4. *Margaryan V.N., Hakobyan G.H.* On Gevrey Type Solutions of Hypoelliptic Equations, Izv. Nat. Acad. Armenii. Math., v.31, no. 2. PP. 33–47, 2002.

5. *Казарян Г.Г., Маргарян В.Н.* О многочленах, гиперболических с весом, Изв. НАН Арм. Т. 49, № 5. СС. 23–42, 2014.
6. *Маргарян В.Н.* Сравнение двумерных многочленов, Изв. НАН Арм., Т. 51, № 1. СС. 38–53, 2016.
7. *Михайлов В.П.* О поведении на бесконечности одного класса многочленов // Труды МИАН СССР. Т. 150, № 4. СС. 143–159, 1965.
8. *Gindikin S., Volevich L.* The Method of Newtons Polyhedron in the Theory of PDE, Kluwer, 1992.
9. *Larsson E.* Generalized hyperbolicity, Arkiv for Math. Band 7 nr 2. PP. 11–32, 1966.

## COMPARISON WITH A WEIGHT OF TWO-DIMENSIONAL POLYNOMIALS

**G. Tonoyan**

**ABSTRACT**

A necessary and sufficient conditions for comparison with a weight of two-dimensional polynomials are obtained.

**Keywords:** homogeneous polynomial, comparison with a weight.

## ՄԻ ԴԱՍԻ ԵՐԿՉԱՓԱՆԻ ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒՄԸ

**Գ.Գ. Տոնոյան**

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Աշխատանքում ստացված են անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ մի դասի երկչափանի բազմանդամների կշռով համեմատման համար:

**Հիմնաբառեր՝** համասեռ բազմանդամ, բազմանդամների համեմատումը կշռով:

УДК 621.865

# РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРОМ С РАЗВЯЗЫВАЮЩИМ РЕГУЛЯТОРОМ С УЧЕТОМ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ*

**О.Н. Гаспарян, Г.Г. Егиазарян, А.Г. Дарбинян, Д.У. Егиазарян**

*Российско-Армянский университет*
*Национальный политехнический университет Армении*

*ogasparyan@gmail.com, gyeghiazaryan@gmail.com,*
*anush.d@mail.ru, y.davit@gmail.com*

## АННОТАЦИЯ

Рассмотрены вопросы разработки математической модели системы управления квадрокоптера в операторной форме с учетом динамики бесщеточных электродвигателей постоянного тока. Показано, что введение в систему матричного развязывающего регулятора позволяет исключить жесткие взаимные связи между каналами управления по высоте полета и углам тангажа, крена и рыскания, и свести проектирование системы управления к проектированию отдельных каналов на основе методов и подходов классической теории регулирования систем с одним входом и выходом.

Приведен численный пример расчета системы управления квадрокоптера.

**Ключевые слова:** кинематика квадрокоптера, взаимные связи, многомерная система управления, внешние возмущения, развязывающий регулятор.

---

* *Исследование выполнено в Российско-Армянском университете за счет средств, выделенных в рамках субсидии МОН РФ на финансирование научно-исследовательской деятельности РАУ.*

## 1. Введение

Вопросам разработки математических моделей и систем управления квадрокоптеров посвящено большое количество научно-технических публикаций [1–8]. При этом обычно предполагается, что бесщеточные электродвигатели постоянного тока (моторы) описываются безынерциоными уравнениями, т.е. тяга пропеллеров пропорциональна приложенным к электродвигателям входным напряжениям.

В настоящей статье рассмотрены вопросы разработки уточненной математической модели квадрокоптера с учетом электромеханической постоянной времени электродвигателей (т.е. последние представляются в виде апериодического звена первого порядка), а также предложен подход к проектированию системы управления квадрокоптера с позиций теории многосвязного регулирования. Указанный подход состоит во введении в систему так называемого развязывающего матричного регулятора [9–11], который компенсирует взаимные связи между отдельными каналами управления и сводит проектирование взаимосвязанной системы управления квадрокоптера к проектированию отдельных каналов на основе методов и подходов классической теории регулирования систем с одним входом и выходом [13, 14].

## 2. Динамика квадрокоптера

Схематическое изображение квадрокоптера показано на Рис. 1, где через $O^I X^I Y^I Z^I$ обозначена инерциальная система координат (СК), относительно которой будет описываться движение центра масс (ЦМ) квадрокоптера, а через $OXYZ$ – жестко связанная с квадрокоптером СК с началом в ЦМ и осями, направленными вдоль главных моментов инерции.

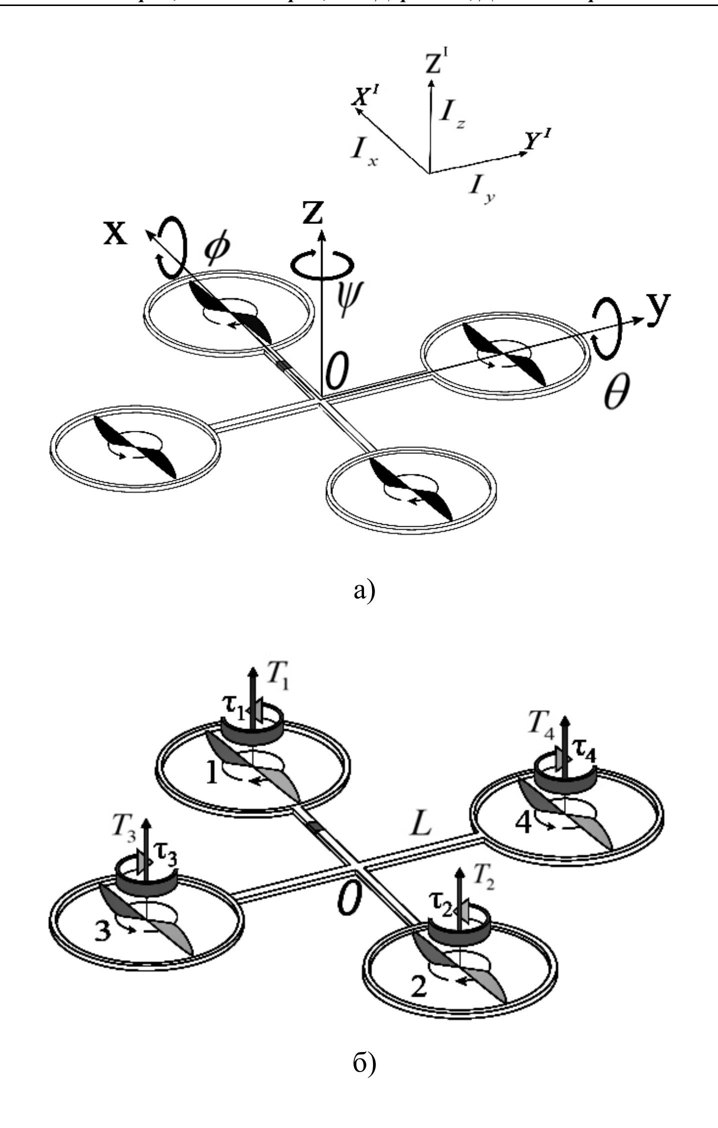



**Рис. 1. Схематическое изображение квадрокоптера: а) системы координат, б) расположение моторов.**

Обозначим $m$ массу квадрокоптера, $x, y, z$ – его координаты относительно инерциальной СК, $I_x$, $I_y$, $I_z$ моменты инерции относительно осей $OX, OY$ и $OZ$, а $\theta$, $\phi$, и $\psi$ – углы тангажа, крена и рыс-

кания [1–4]. Далее, обозначим $k_x$, $k_y$, $k_z$, $k_\theta$, $k_\phi$, $k_\psi$, коэффициенты лобового сопротивления при поступательных и вращательных движениях квадрокоптера, $J_T$ – одинаковые моменты инерции ротора каждого мотора (с пропеллером), $\Omega$ – суммарную скорость вращения пропеллеров:

$$\Omega = -\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4, \tag{1}$$

где $\Omega_i$ – скорость $i$-го пропеллера. Тогда динамические уравнения поступательного движения ЦМ в инерциальной СК и углового движения квадрокоптера относительно ЦМ в связанной СК имеют следующий вид [1-5] :

$$\begin{aligned}
m\frac{d^2x}{dt^2} &= u_z(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi) + \gamma_x - k_x\frac{dx}{dt}\\
m\frac{d^2y}{dt^2} &= u_z(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi) + \gamma_y - k_y\frac{dy}{dt}\\
m\frac{d^2z}{dt^2} &= u_z(\cos\phi\sin\theta\cos\psi) - mg + \gamma_z - k_z\frac{dz}{dt},
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
I_x\frac{d^2\theta}{dt^2} &= u_\theta + \gamma_\theta + (I_y - I_z)\frac{d\phi}{dt}\frac{d\psi}{dt} - J_T\frac{d\phi}{dt}\Omega - k_\theta\frac{d\theta}{dt}\\
I_y\frac{d^2\phi}{dt^2} &= u_\phi + \gamma_\phi + (I_z - I_x)\frac{d\theta}{dt}\frac{d\psi}{dt} - J_T\frac{d\theta}{dt}\Omega - k_\phi\frac{d\phi}{dt}\\
I_z\frac{d^2\psi}{dt^2} &= u_\psi + \gamma_\psi + (I_y - I_z)\frac{d\theta}{dt}\frac{d\phi}{dt} - k_\psi\frac{d\psi}{dt},
\end{aligned} \tag{3}$$

где $u_z$ – подъемная сила вдоль оси вертикальной оси $O^I Z^I$, $g$ – гравитационная постоянная, $u_\theta$, $u_\phi$, $u_\psi$ – управляющие моменты вокруг главных осей инерции квадрокоптера, а $\gamma_x$, $\gamma_y$, $\gamma_z$ и $\gamma_\theta$, $\gamma_\phi$, $\gamma_\psi$ – внешние возмущающие силы и моменты, вызванные, например, порывами ветра. Отметим, что все переменные в уравнениях (1)–(3) яв-

ляются функциями времени $t$, однако для краткости записи зависимость этих переменных от $t$ в явном виде не указывается.

При малых угловых скоростях квадрокоптера можно в (3) пренебречь нелинейными членами, содержащими произведения угловых скоростей, и членами в (2) и (3), зависящими от сопротивления воздуха. Кроме того, можно считать углы тангажа $\theta$ и крена $\phi$ малыми, а также принять, что в условиях прямолинейного движения угол рыскания равен нулю ($\psi = 0$) и в направлениях осей $OX^I$ и $OY^I$ в (2) приблизительно выполняется условие $u_z \approx mg$. Это приводит к следующим упрощенным линейным уравнениям движения:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg\theta + \gamma_x,$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -mg\phi + \gamma_y, \tag{4}$$

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = u_z - mg + \gamma_z,$$

$$I_x\frac{d^2\theta}{dt^2} = u_\theta + \gamma_\theta,$$

$$I_y\frac{d^2\phi}{dt^2} = u_\phi + \gamma_\phi, \tag{5}$$

$$I_z\frac{d^2\psi}{dt^2} = u_\psi + \gamma_\psi.$$

Нелинейные уравнения движения (2) и (3) будут использованы для динамического моделирования системы управления квадрокоптером в среде пакета Simulink.

В современных квадрокоптерах обычно используются бесщеточные электродвигатели (моторы) с внешним ротором [1]. Если пренебречь индуктивностью якоря электродвигателя, то тяга $T_i$, создаваемая

каждым $i$-м мотором, связана с входным напряжением $u_i$ дифференциальным уравнением первого порядка:

$$\frac{dT_i}{dt} = -\omega_M T_i + K_M \omega_M u_i, \qquad i = 1, 2, 3, 4, \tag{6}$$

где постоянные коэффициенты $K_M$ и $\omega_M$ являются конструктивными параметрами, и для простоты считается, что все моторы одинаковы. Величина $\omega_M$ в (6) при этом обратно пропорциональна электромеханической постоянной времени мотора $T_M$, т.е. $\omega_M = 1/T_M$. Отметим, что дифференциальные уравнения (6) фактически описывают динамику электродвигателя, т.е. определяют в первом приближении зависимость между входными напряжениями $u_i$ и угловыми скоростями вращения $\Omega_{Mi}$. В свою очередь, тяга $T_i$, строго говоря, пропорциональна квадрату угловой скорости $\Omega_{Mi}$, т.е. $T_i = c_M \Omega_{Mi}^2$, где $c_M = const$ [1–5]. Однако, учитывая, что номинальная скорость вращения моторов обычно достаточно велика, то в окрестности рабочей точки квадратичная зависимость между $T_i$ и $\Omega_{Mi}$ может быть заменена приближенной линейной зависимостью $\Delta T_i = d_M \Delta\Omega_{Mi}$, где $d_M$ есть угловой коэффициент касательной к квадратичной зависимости в рабочей точке. Это в итоге приводит к уравнениям (6), где вместо $\Delta T_i$ используется для краткости обозначение $T_i$, а коэффициент $d_M$ учитывается в $K_M$.

## 3. Геометрия (кинематика) квадрокоптера

Моторы с пропеллерами установлены на квадрокоптере таким образом, что задний и передний моторы (1 и 2) вращаются по часовой стрелке, а левый и правый (3 и 4) – против часовой стрелки (Рис. 1б).

Каждый $i$-ый мотор расположен на расстоянии $L$ от центра масс $O$ и при вращении производит крутящий момент $\tau_i$. Создаваемая $i$-ым пропеллером тяга $T_i$ всегда направлена вдоль оси $OZ$, т.е. параллельна оси вращения роторов. Тяги $T_i$ и вращающие моменты $\tau_i$ приводят к подъемной силе $u_z$ вдоль оси $OZ$ и управляющим (вращающим) моментам $u_\theta$, $u_\phi$ и $u_\psi$ по осям $OX, OY$ и $OZ$, которые определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} u_z &= T_1 + T_2 + T_3 + T_4, \\ u_\theta &= L(T_1 - T_2), \\ u_\phi &= L(T_3 - T_4), \\ u_\psi &= \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 - \tau_4. \end{aligned} \quad (7)$$

Если считать, что пропеллеры установлены непосредственно на валу мотора (без редуктора), то момент $\tau_i$ $i$-го мотора непосредственно связан с тягой $T_i$ соотношением

$$\tau_i = K_\psi T_i , \quad (8)$$

где $K_\psi = const$ есть постоянный коэффициент [1–5].

С учетом (8) уравнения (7) можно переписать в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} u_z \\ u_\theta \\ u_\phi \\ u_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ L & -L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L & -L \\ K_\psi & K_\psi & -K_\psi & -K_\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

откуда непосредственно получаем в матричной форме связь между тягами $T_1, T_2, T_3, T_4$ и требуемыми управляющими моментами $u_\theta$, $u_\phi$, $u_\psi$, $u_z$:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2L} & 0 & \frac{1}{4K_\psi} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2L} & 0 & \frac{1}{4K_\psi} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2L} & -\frac{1}{4K_\psi} \\ \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{2L} & -\frac{1}{4K_\psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_z \\ u_\theta \\ u_\phi \\ u_\psi \end{bmatrix}. \qquad (10)$$

С учетом (7) и (8) уравнения (4) и (5) запишутся в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g\theta + \frac{1}{m}\gamma_x,$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g\phi + \frac{1}{m}\gamma_y, \qquad (11)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{1}{m}(T_1 + T_2 + T_3 + T_4) - g + \frac{1}{m}\gamma_z,$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{L}{I_x}(T_1 - T_2) + \frac{1}{I_x}\gamma_\theta,$$

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{L}{I_y}(T_3 - T_4) + \frac{1}{I_y}\gamma_\phi, \qquad (12)$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{K_\psi}{I_z}(T_1 + T_2 - T_3 - T_4) + \frac{1}{I_z}\gamma_\psi,$$

что дает совместно с уравнениями (6) полную систему динамических уравнений квадрокоптера с учетом динамики (электромеханической постоянной времени) моторов.

Основной особенностью системы управления квадрокоптера является то, что имеется только четыре управляющих сигнала, а именно: напряжения $u_1$, $u_2$, $u_3$ и $u_4$ на входах моторов, причем, тяги $T_i$ всех четырех моторов направлены параллельно оси $OZ$. Подобная конфи-

гурация не дает возможности управлять непосредственно всеми шестью степенями свободы квадрокоптера (тремя линейными перемещениями $x, y, z$ в инерциальной СК и тремя углами крена $\theta$, тангажа $\phi$ и рысканья $\psi$ вокруг осей связанной СК). Поэтому в качестве четырех управляемых параметров движения квадрокоптера обычно выбираются углы $\theta$, $\phi$, $\psi$ и высота $z$ [1]. В соответствии с первыми двумя уравнениями в системе уравнений (11), управление перемещениями $x$ и $y$ в инерциальной СК, т.е. перемещениями в горизонтальной плоскости $O^I X^I Y^I$, при этом осуществляется косвенно, за счет изменения углов крена $\theta$ и тангажа $\phi$, а управление вертикальными перемещениями $z$ вдоль оси $O^I Z^I$ происходит за счет изменения суммарной тяги пропеллеров $u_z = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$ [см. уравнения (7), (8) и третье уравнение в (11)] .

Следует указать еще на одну важную особенность системы управления, обусловленную выбором управляемых параметров движения квадрокоптера. Как видно из уравнений (11) и (12), на динамику полета оказывают влияние также внешние возмущения $\gamma_x$, $\gamma_y$, $\gamma_z$ и $\gamma_\theta$, $\gamma_\phi$, $\gamma_\psi$. При этом только четыре из них, а именно, $\gamma_z$ и $\gamma_\theta$, $\gamma_\phi$, $\gamma_\psi$, могут быть в некоторой степени скомпенсированы системой управления за счет применения специальных средств. Что касается возмущений $\gamma_x$ и $\gamma_y$ по неуправляемым осям $O^I X^I$ и $O^I Y^I$ инерциальной СК, скомпенсировать воздействие этих возмущений за счет управляющих сигналов $u_1$, $u_2$, $u_3$ и $u_4$, в принципе, невозможно.

## 4. Описание динамики квадрокоптера в операторной форме

Переходя в линеаризованных уравнениях (6), (11) и (12) к операторной форме записи (при нулевых начальных условиях), получим:

$$x = \frac{1}{s^2}\left( g\theta + \frac{1}{m}\gamma_x \right),$$
$$y = \frac{1}{s^2}\left( -g\phi + \frac{1}{m}\gamma_y \right), \qquad (13)$$

$$z = \frac{1}{ms^2}\left[ (T_1 + T_2 + T_3 + T_4) - mg + \gamma_z \right], \qquad (14)$$

$$\theta = \frac{1}{s^2}\left[ \frac{L}{I_x}(T_1 - T_2) + \frac{1}{I_x}\gamma_\theta \right],$$

$$\phi = \frac{1}{s^2}\left[ \frac{L}{I_y}(T_3 - T_4) + \frac{1}{I_y}\gamma_\phi \right], \qquad (15)$$

$$\psi = \frac{1}{s^2}\left[ \frac{K_\psi}{I_z}(T_1 + T_2 - T_3 - T_4) + \frac{1}{I_z}\gamma_\psi \right],$$

$$T_i = w_M(s)u_i$$
$$i = 1, 2, 3, 4, \qquad (16)$$

где

$$w_M(s) = K_M \frac{\omega_M}{s + \omega_M} \qquad (17)$$

есть передаточная функция идентичных моторов.

Отметим, что все переменные в (13)–(16) зависят от оператора Лапласа $s$, что также в явном виде не указывается для краткости записи.

Подставив (16) в (14) и (15), найдем следующие выражения, связывающие в операторной форме переменные $z$, $\theta$, $\phi$, и $\psi$ с напряжениями $u_1$, $u_2$, $u_3$ и $u_4$ на входах моторов и возмущениями $\gamma_z$, $\gamma_\theta$, $\gamma_\phi$, $\gamma_\psi$:

$$z = \left[ \frac{1}{ms^2} w_M(s)(u_1 + u_2 + u_3 + u_4) - \frac{1}{s^2} g \right] + \frac{1}{ms^2}\gamma_z, \qquad (18)$$

$$\theta = \frac{L}{I_x s^2} w_M(s)(u_1 - u_2) + \frac{1}{I_x s^2}\gamma_\theta, \tag{19}$$

$$\phi = \frac{L}{I_y s^2} w_M(s)(u_3 - u_4) + \frac{1}{I_y s^2}\gamma_\phi, \tag{20}$$

$$\psi = \frac{K_\psi}{I_z s^2} w_M(s)(u_1 + u_2 - u_3 - u_4) + \frac{1}{I_z s^2}\gamma_\psi. \tag{21}$$

Если ввести в рассмотрение векторы регулируемых переменных $\overline{\eta} = [z, \theta, \phi, \psi]^T$, управляющих напряжений $\overline{u} = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T$ и внешних возмущений $\overline{\gamma} = [\gamma_z, \gamma_\theta, \gamma_\phi, \gamma_\psi]^T$, а также постоянный вектор $F = [1\ 0\ 0\ 0]^T$, то уравнения (18)–(21) можно записать в следующей матричной форме:

$$\overline{\eta} = W_U(s) R\overline{u} + W_\gamma(s)\overline{\gamma} - \frac{1}{s^2} F g, \tag{22}$$

где матрицы $W_U(s)$, $R$ и $W_\gamma(s)$ имеют вид:

$$W_U(s) = \frac{1}{s^2} w_M(s) \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_\psi}{I_z} \end{bmatrix}, \tag{23}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \tag{23a}$$

$$W_\gamma(s) = \frac{1}{s^2}\begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Отметим, что матрицы $W_U(s)$ и $W_\gamma(s)$ в (22)–(24) являются диагональными, а числовая матрица $R$ (23а) характеризует рассмотренные выше кинематические особенности квадрокоптера [ср. эту матрицу с матрицей в (9)].

Таким образом, рассматриваемая система управления квадрокоптера относится к многомерным (многосвязным) системам управления, где взаимные связи между отдельными каналами характеризуются матрицей жестких (т.е. безынерционных) взаимных связей $R$ (23а).

Следует указать также еще на одну существенную особенность системы управления квадрокоптера. Подъемная сила $u_z$ вдоль вертикальной оси $OZ$ в (7) зависит от суммы всех тяг $T_i$. Однако, как вытекает из вида уравнений (7), (14) и (15), если использовать одинаковые приращения $\pm\Delta T_i$ всех тяг $T_i$, то это приведет только к изменению $u_z$ и не окажет никакого влияния на изменение вращающих моментов вокруг осей $OX$, $OY$ и $OZ$, так как моменты $u_\theta$, $u_\phi$ и $u_\psi$ в (7) зависят попарно от разности соответствующих тяг. С другой стороны, если при управлении поворотами вокруг осей $OX$, $OY$ и $OZ$ использовать одинаковые по величине приращения тяг $\pm\Delta T_i$ соответствующих моторов 1, 2 и 3, 4 (Рис. 1б), то это не приведет к изменению суммарной подъемной силы $u_z$, т.е. к изменению высоты полета квадрокоптера.

Фактически, применение указанного подхода позволяет развязать управление квадрокоптера по всем четырем каналам управления.

К сказанному можно подойти с позиций общей теории многосвязного регулирования [9–12]. Допустим, ставится задача выбора такого матричного регулятора $W_{\text{Reg}}(s)$ замкнутой системы управления квадрокоптером, который обеспечит развязку всех четырех каналов взимосвязанной системы, описываемой выражением (22). Если обозначить через $\overline{\eta}_r = [z_r, \theta_r, \phi_r, \psi_r]^T$ вектор задающих (входных) сигналов системы управления, то матричное уравнение разомкнутой системы управления квадрокоптера с регулятором $W_{\text{Reg}}(s)$ примет вид:

$$\overline{\eta} = W_O(s)\varepsilon + W_\gamma(s)\overline{\gamma} - \frac{1}{s^2}Fg\,, \tag{25}$$

где $\varepsilon = \overline{\eta}_r - \overline{\eta}$ есть вектор ошибки замкнутой системы, а

$$W_O(s) = W_U(s) R W_{\text{Reg}}(s) \tag{26}$$

– передаточная матрица разомкнутой системы.

Из (26) очевидно, что если выбрать $W_{\text{Reg}}(s)$ из условия

$$W_{\text{Reg}}(s) = R^{-1} diag\{W_{\text{R}i}(s)\}\,, \tag{27}$$

где матрица $R^{-1}$ имеет вид:

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}, \tag{28}$$

а $diag\{W_{\mathrm{R}i}(s)\}$ есть диагональная матрица регуляторов $w_z(s)$, $w_\theta(s)$, $w_\phi(s)$, $w_\psi(s)$ в отдельных каналах, то передаточная матрица $W_O(s)$ (26) в развернутом виде примет вид:

$$W_O(s)=\frac{1}{s^2}w_M(s)\begin{bmatrix}\frac{1}{m}w_z(s) & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{L}{I_x}w_\theta(s) & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{L}{I_y}w_\phi(s) & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_\psi}{I_z}w_\psi(s)\end{bmatrix}, \qquad (29)$$

т.е. станет диагональной. Физически это означает, что отдельные каналы системы оказываются независимыми. В теории многосвязного регулирования и управления регуляторы типа (27) называются «развязывающими» [9–12].

Выходной сигнал замкнутой системы $\bar{\eta}$ при этом примет вид:

$$\bar{\eta}=\Phi(s)\bar{\eta}_r+\Phi_\varepsilon(s)W_\gamma(s)\bar{\gamma}-\Phi_\varepsilon(s)\frac{1}{s^2}Fg, \qquad (30)$$

где

$$\begin{aligned}\Phi(s)&=[I+W_O(s)]^{-1}W_O(s),\\ \Phi_\varepsilon(s)&=[I+W_O(s)]^{-1}\end{aligned} \qquad (31)$$

есть передаточные матрицы замкнутой системы по выходу и ошибке, а $I$ – единичная матрица размера $4\times 4$.

Подставив выражения для $W_O(s)$ (29) и $W_\gamma(s)$ (24) в (30), получим [поскольку все матрицы в (30) являются диагональными] систему следующих четырех уравнений:

$$z=\left\{\frac{w_z(s)w_M(s)}{\left[ms^2+w_z(s)w_M(s)\right]}z_r-\frac{m}{\left[ms^2+w_z(s)w_M(s)\right]}g\right\}+\frac{1}{\left[ms^2+w_z(s)w_M(s)\right]}\gamma_z, \quad (32)$$

$$\theta=\frac{Lw_M(s)w_\theta(s)}{I_xs^2+Lw_M(s)w_\theta(s)}\theta_r+\frac{1}{I_xs^2+Lw_M(s)w_\theta(s)}\gamma_\theta, \quad (33)$$

$$\phi=\frac{Lw_M(s)w_\phi(s)}{I_ys^2+Lw_M(s)w_\phi(s)}\phi_r+\frac{1}{I_ys^2+Lw_M(s)w_\phi(s)}\gamma_\phi, \quad (34)$$

$$\psi=\frac{Lw_M(s)w_\psi(s)}{I_zs^2+Lw_M(s)w_\psi(s)}\psi_r+\frac{1}{I_zs^2+Lw_M(s)w_\psi(s)}\gamma_\psi, \quad (35)$$

первое из которых характеризует линейное движение квадрокоптера вдоль вертикальной оси, а остальные три описывают динамику системы управления по углам тангажа, крена и рыскания.

Устойчивость замкнутой системы управления квадрокоптера с развязывающим регулятором $W_{\mathrm{Reg}}(s)$ (27) при этом определяется распределением корней характеристического уравнения [9–12]

$$[I+W_O(s)]=0, \quad (36)$$

которое с учетом (32)–(35) распадается на следующие четыре уравнения:

$$\begin{aligned}
&ms^2+w_z(s)w_M(s)=0,\\
&I_xs^2+Lw_M(s)w_\theta(s)=0,\\
&I_ys^2+Lw_M(s)w_\phi(s)=0,\\
&I_zs^2+Lw_M(s)w_\psi(s)=0.
\end{aligned} \quad (37)$$

Матричная структурная схема замкнутой системы управления квадрокоптера показана на Рис. 2, а на Рис. 3 даны структуры системы управления по высоте, а также по каналу тангажа (структуры систем управления по каналам крена и рыскания полностью аналогичны последней). Укажем, что матричная структурная схема на Рис. 2 построена на основе исходных уравнений динамики системы и порядка вклю-

чения физических элементов в отдельных каналах системы, за исключением того факта, что передаточные функции одинаковых моторов $w_M(s)$, которые структурно должны находиться между матрицами $R^{-1}$ и $R$, отнесены (для упрощения матричной структурной схемы) к передаточной матрице разомкнутой нескорректированной системы $W_U(s)$ (23).

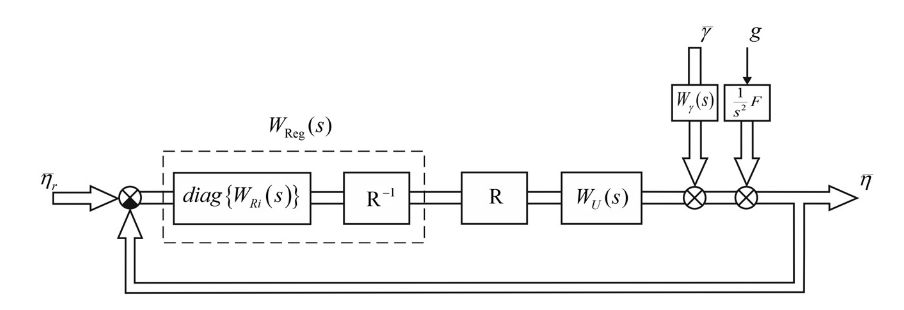



**Рис. 2. Матричная структурная схема системы управления квадрокоптера.**

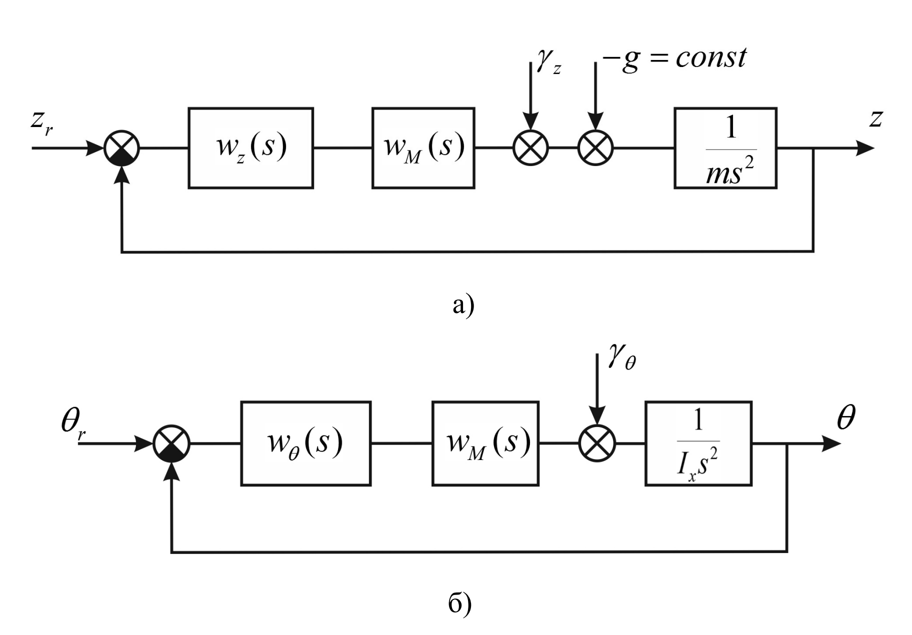



**Рис. 3. Структурные схемы систем управления по каналам высоты (а) и тангажа (б).**

Таким образом, проектирование системы управления квадрокоптера с развязывающим регулятором $W_{\text{Reg}}(s)$ (27) сводится к проектированию независимых отдельных каналов, которое может быть осуществлено стандартными методами классической теории регулирования [13, 14].

## 5. Заключение

В отличие от предложенного в [8] подхода к развязыванию отдельных каналов системы управления за счет применения динамической обратной связи, предлагаемый в настоящей статье матричный развязывающий регулятор $W_{\text{Reg}}(s)$ (27) существенно проще в реализации, так как состоит из статической матричной составляющей $R^{-1}$ и диагональной матрицы корректирующих звеньев $w_z(s)$, $w_\theta(s)$, $w_\phi(s)$, $w_\psi(s)$, которые выбираются на основе методов классической теории регулирования [13, 14].

## 6. Пример

В качестве числового примера расчета системы управления рассмотрим квадрокоптер с техническими характеристиками, приведенными в следующей таблице:

| Символ | Описание | Значение |
|---|---|---|
| $I_x$ | момент инерции относительно оси x | $7.5 \cdot 10^{-3}$ *кг* $\cdot$ *м*$^2$ |
| $I_y$ | момент инерции относительно оси y | $7.5 \cdot 10^{-3}$ *кг* $\cdot$ *м*$^2$ |
| $I_z$ | момент инерции относительно оси z | $1.3 \cdot 10^{-2}$ *кг* $\cdot$ *м*$^2$ |
| $J_T$ | одинаковые моменты инерции ротора электродвигателей | $6.5 \cdot 10^{-5}$ *кг* $\cdot$ *м*$^2$ |
| $m$ | масса квадрокоптера | 0.65 *кг* |
| $L$ | расстояние моторов от центра масс | 0.23 *м* |

Допустим, в систему управления введен матричный развязывающий регулятор $W_{\text{Reg}}(s)$ (27), где $w_z(s)$, $w_\theta(s)$, $w_\phi(s)$, $w_\psi(s)$ описываются одинаковым скалярным пропорционально-дифференцирующим (ПД) регулятором следующего вида:

$$w_{PD}(s) = k_P + \frac{k_D s}{T_D s + 1} = 0.8 + \frac{0.4s}{0.001s + 1}. \qquad (38)$$

Параметры ПД регулятора (38) определены на основе стандартной методики классической теории регулирования [13].

На Рис. 4 показана динамическая модель системы управления квадрокоптера в среде пакета *Simulink*, где движение квадрокоптера описывается исходными нелинейными уравнениями (2), (3).

В качестве примера реакции развязанных каналов управления на входные единичные ступенчатые воздействия на Рис. 5 приведен выходной сигнал канала управления по крену, который соответствует техническим требованиям (отсутствие перерегулирования и длительность переходного процесса не более 3 с). Выходные сигналы остальных каналов управления аналогичны графику на Рис. 5.

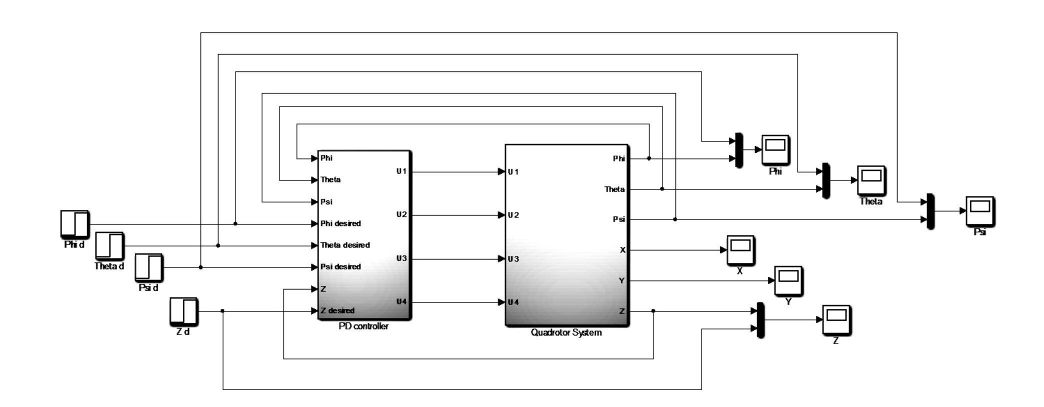



**Рис. 4. Динамическая модель квадрокоптера в среде пакета *Simulink*.**

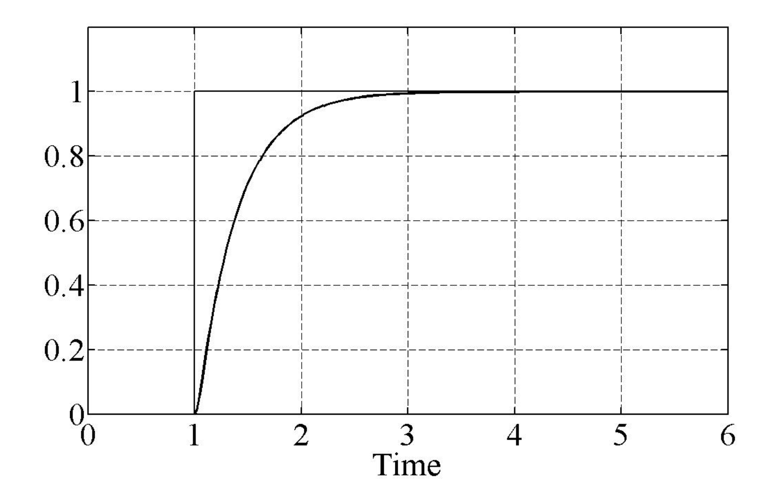



**Рис. 5. Реакция канала крена на входное единичное ступенчатое воздействие.**

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Lozano R. Castillo P. and Dzul A.* Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors. IEEE Control Systems Magazine. PP. 45–55, 2005.
2. *Tayebi and S. McGilvray.* Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot. 43rd IEEE Conference on Decision and Control. PP. 1216–1221, 2004.
3. *Lozano R.* Unmanned Aerial Vehicles. Embedded Control, Published by ISTE Ltd, 2007.
4. *Bouabdallah S.* Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. PhD thesis, EPFL, 2007. 6.1, P. 2.
5. *Claudia M.* Modelling and control of autonomous quad-rotor. Faculty of Engineering, Science and Medicine, University of Aalborg, Denmark, 2010.

6. *Corke P.I.* Robotics, Vision & Control: Fundamental Algorithms in MATLAB. Berlin: Springer-Verlag, 2011.
7. *Corke P.* Robotics toolbox for MATLAB. (2012). [Online]. Available: http://www.petercorke.com/robot.
8. *Benallegue V. Mister and N. K. M'Sirdi.* Exact linearization and non-interacting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback. IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication. PP. 586–593, 2001.
9. *Skogestad S., Postlethwaite I.* Multivariable Feedback Control. Analysis and Design, John Wiley and Sons Ltd., Chichester, Sussex, UK, 2005.
10. *Albertos P., Sala A.* Multivariable Control Systems: An Engineering Approach, Springer, 2004.
11. *Gasparyan O.N.* Linear and Nonlinear Multivariable Feedback Control: A Classical Approach, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, Sussex, UK, 2008.
12. *Гаспарян О.Н.* Теория многосвязных систем регулирования, Palmarium Academic Publishing, Germany, 2012.
13. *Dorf R.C., Bishop R.* Modern Control Systems, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 2007. .
14. *Бессекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 2003.

## DEVELOPMENT OF CONTROL SYSTEM OF QUADROCOPTER WITH DECOUPLING REGULATOR TAKING INTO ACCOUNT DYNAMICS OF ELECTRICAL MOTORS

**O. Gasparyan, G. Yeghiazaryan, H. Darbinyan, D. Yeghiazaryan**

### ABSTRACT

The issues of development of a mathematical model of control system of the quadrocopter in operator form are considered taking into account the dynamics of brushless DC motors. It is shown that the introduction into the system a matrix decoupling regulator allows eliminating rigid cross-connections between the roll, yaw, pitch and flight altitude control channels. As a result, the development of the control system of the quadrocopter reduces to the development of separate channels on the basis of methods and approaches of the classical feedback control of systems with one input and one output.

A numerical example of the quadrocopter control system design is given.

**Keywords:** quadrocopter kinematics, cross-connections, multivariable control system, external disturbances, decoupling regulator.

## ԿԱՊԱԶԵՐԾՈՂ ԿԱՐԳԱՎՈՐԻՉՈՎ ՔԱՌԱՊՏՈՒՏԱԿԻ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ ՀԱՇՎԻ ԱՌՆԵԼՈՎ ԷԼԵԿՏՐԱՇԱՐԺԻՉՆԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ

Օ.Ն. Գասպարյան, Գ.Գ. Եղիազարյան, Հ.Գ. Դարբինյան,
Դ.Հ. Եղիազարյան

### ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Դիտարկված են քառապտուտակի կառավարման համակարգի օպորա-տորային տեսքով մաթեմատիկական մոդելի մշակման հարցերը, հաշվի առ-նելով անխոզանակավոր հաստատուն հոսանքի էլեկտրոշարժիչների դինա-միկան: Ցույց է տրված, որ համակարգի մեջ կապազերծող կարգավորիչի ներմուծումը թույլ է տալիս կոմպենսացնել երկայնաճոճման, կողաթեքման, ընթացաշեղման անկյունների և թռիչքի բարձրության կապուղիների միջև ե-

ղած կոշտ փոխադարձ կապերը: Դա հնարավորություն է տալիս կառավարման համակարգի նախագծումը բերել առանձին կապուղիների նախագծման՝ հիմնվելով միաչափ կառավարման համակարգերի դասական տեսության մոտեցումների և ընդհանուր մեթոդների վրա:

Բերված է քառապտուտակի կառավարման համակարգի հաշվարկման թվային օրինակ:

**Հիմնաբառեր՝** քառապտուտակի կինեմատիկա, փոխադարձ կապեր, բազմաչափ կառավարման համակարգ, արտաքին վրդովմունքներ, կապազերծող կարգավորիչ:

УДК 539.3

# УСЛОВИЯ ПОЯВЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ГУЛЯЕВА-БЛЮСТЕЙНА

**В.М. Белубекян, М.В. Белубекян, В.Г. Гараков**

*Институт механики НАН РА*

*vbelu@excite.com; mbelybekyan@yahoo.com;garakov@yandex.ru*

## АННОТАЦИЯ

В данной статьр рассматривается задача распространения чисто сдвиговых гармонических волн в слое из пьезоэлектрического материала гексагональной симметрии класса 6 mm. Предполагается, что на одной из плоскостей ограничивающих слой равны нулю касательное напряжение и электрический потенциал. На другой плоскости возможны различные варианты граничных условий. Установлены условия, при которых тригонометрический характер изменения по толщине слоя амплитуды волны переходит в гиперболический (локализованный).

**Ключевые слова:** сдвиговые волны, пьезоэлектрик, электроупругость, локализация.

Т.Л. Блюстейном [1] и Ю.В. Гуляевым [2] была установлена возможность существования чисто сдвиговых волн локализованных в окрестности свободного от нагружения полупространства гексагональной симметрии класса 6 mm. Исследование распространения волн в плоском волноводе из того же материала показывает, что могут быть волны, амплитуда которых меняется по толщине слоя в виде тригонометрических функций (в частности, без учета пьезоэффекта) так и в виде гиперболических функций [4–8]. Т.е. в зависимости от отноше-

ния толщины слоя к длине волны возможен переход решения задачи от тригонометрических функций к гиперболическим. Появление гиперболических функций указывает на локализацию волны в окрестности плоскости ограничивающей волновод, что в пределе для коротких волн дает повехностную волну Гуляева-Блюстейна.

В настоящей статье получены простые формулы, определяющие границы перехода решений в виде тригонометрических функций к гиперболическим (к локализованным) для различных граничных условий на плоскостях ограничивающих волновод в зависимости от коэффициента электромеханической связи.

1. В прямоугольной декартовой системе координат $(x, y, z)$ плоский волновод занимает область $-\infty < x < \infty$, $0 \le y \le b$, $-\infty < z < \infty$. Предполагается, что материал слоя является пьезоэлектриком гексагональной симметрии класса 6 mm. Рассматриваются уравнения электроупругости для чисто сдвиговых волн [3]:

$$c_t^2 \Delta w = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad \Delta \psi = 0, \tag{1.1}$$

где

$$c_t^2 = \frac{c_{44}}{\rho}(1+\chi), \ \chi = \frac{e_{12}^2}{\varepsilon c_{44}}, \ \psi = \varphi - \frac{e_{15}}{\varepsilon} w. \tag{1.2}$$

В (1.1) (1.2) $w$ – компонента упругого перемещения в направлении координаты $z$ ,$c_{44}$– упругий модуль сдвига, $e_{12}$ – коэффициент электроупругого взаимодействия, $\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость, $\kappa$ – коэффициент электромеханической связи, $\varphi$ – электрический потенциал, $\Delta$ – двумерный оператор Лапласа.

Материальные уравнения (функциональные связи) будут использованы в виде:

$$\sigma_{31} = c_{44}\frac{\partial w}{\partial x} + e_{15}\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \ \sigma_{32} = c_{44}\frac{\partial w}{\partial y} + e_{15}\frac{\partial \varphi}{\partial y} \tag{1.3}$$

$$D_1 = -\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial x} + e_{15} \frac{\partial w}{\partial x}, \quad D_2 = -\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial y} + e_{15} \frac{\partial w}{\partial y},$$

где $D_1$ $D_2$ – компоненты вектора индукции электрического поля.

Решение уравнений (1.1) представляется в виде гармонических волн:

$$w = f(y) \exp i(\varpi t - \kappa x) \ , \ \psi = g(y) \exp i(\varpi t - \kappa x). \qquad (1.4)$$

Подстановка (1.4) в (1.1) дает общее решение для функции $g(y)$

$$g(y) = Csh\kappa y + Fch\kappa y \qquad (1.5)$$

и обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$f'' - \kappa^2 (1 - \eta) f = 0, \quad \eta = \frac{w^2}{\kappa^2 c_t^2}. \qquad (1.6)$$

Уравнение (1.6) в случае $\eta > 1$ имеет общее решение в виде тригонометрических функций, а в случае $0 < \eta < 1$ – в виде гиперболических функций. Требуется определить при каких граничных условиях на плоскостях $y = 0$, в волноводе и для каких отношений толщины волновода к длине волны имеет место тот или иной вид решения. Следую определению волны Гуляева-Блюстейна, решение в виде гиперболических функций дает волны локализованные в окрестности границы волновода.

Для начала решение уравнения (1.6) запишем в виде

$$f = Ash\kappa \sqrt{1-\eta}\, y + Bch\kappa \sqrt{1-\eta}\, y \qquad (1.7)$$

и потребуем, чтобы решения уравнений (1.1) удовлетворили граничным условиям равенства нулю касательного напряжения и электрического потенциала на плоскости $y = 0$ (как и в задаче Гуляева-Блюстейна).

$$\sigma_{23} = 0, \ \varphi = 0 \ \text{при} \ y = 0 \qquad (1.8)$$

С учетом (1.2), (1.4), (1.5) общее решение для электрического потенциала будет:

$$\varphi=\left[Csh\kappa y+Fch\kappa y+\frac{e_{15}}{\varepsilon}\left(\mathrm{A}sh\kappa\sqrt{1-\eta}y+\mathrm{B}ch\kappa\sqrt{1-\eta}y\right)\right]\exp i\left(\varpi t-\kappa x\right) \quad (1.9)$$

Определяя $\sigma_{23}$ из (1.3), (1.4), (1.7) и требуя, чтобы вместе с (1.9) были удовлетворены граничные условия (1.8), получим:

$$C=-\frac{c_{44}}{e_{15}}\left(1+\chi\right)\sqrt{1-\eta}\mathrm{A},\ F=-\frac{e_{15}}{\varepsilon}\mathrm{B} \quad (1.10)$$

Оставшиеся произвольные постоянные $\mathrm{A},\mathrm{B}$ должны быть определены из граничных условий при $y=b$.

2. С целью установления условий появления локализованных волн в окрестности свободной от напряжения границы $y=0$ рассматриваются различные варианты граничных условий при $y=b$. Пусть заданы условия закрепления края и равенства нулю электрического потенциала

$$w=0,\ \varphi=0 \text{ при } y=b \quad (2.1)$$

Нетрудно проверить,что согласно (1.2) выражению для $w$ и $\psi$ из (1.4), условия (2.1) приводятся к условиям:

$$f=0,\ g=0 \ \text{ при } y=b \quad (2.2)$$

Подстановка (1.5), (1.7) в граничные условия (2.2) приводит к однородной алгебраической системе уравнений относительно произвольных постоянных A, B:

$$\mathrm{A}sh\kappa\sqrt{1-\eta}b+\mathrm{B}ch\kappa\sqrt{1-\eta}b=0 \quad (2.3)$$

$$\frac{c_{44}}{e_{15}}\left(1+\chi\right)\sqrt{1-\eta}\mathrm{A}sh\kappa b+\frac{e_{15}}{\varepsilon}\mathrm{B}ch\kappa b=0$$

Равенство нулю детерминанта системы (2.3) дает дисперсионное уравнение, определяющее безразмерный параметр фазовой скорости волны $\eta$

$$\chi th\kappa\sqrt{1-\eta}b=\left(1+\chi\right)\sqrt{1-\eta}th\kappa b \quad (2.4)$$

Из уравнения (2.4) для большинства $\kappa b$ (коротких волн) в приближении

$$th\kappa\sqrt{1-\eta}b \approx 1,\ th\kappa b \approx 1 \qquad (2.5)$$

получается значение параметра фазовой скорости задачи Гуляева-Блюстейна в случае полупространства [1,2]

$$\eta = 1 - \frac{\chi^2}{(1+\chi)^2} \qquad (2.6)$$

С другой стороны, уравнение (2.4) имеет корень $\eta = 1$. Разделяя уравнение (2.4) и переходя к пределу (таким образом исключая корень $\eta = 1$)

$$\chi\kappa b = (1+\chi)\, th\kappa b \qquad (2.7)$$

Если обозначить корень уравнения (2.7) относительно $\kappa b$ через $(\kappa b)_*$, то гиперболическая форма решения, т.е. решение удовлетворяющее условию

$$0 < \eta < 1 \qquad (2.8)$$

будет для

$$\kappa b > (\kappa b)_* \qquad (2.9)$$

Численные расчеты показывают, что решение уравнения (2.7), полученное для достаточно коротких волн $(\kappa b)_* > 1$, так что можно принять $th\kappa b \approx 1$ [8]. В этом приближении получается очень простая формула для условия существования локализованной поверхностной волны

$$(\kappa b) > \frac{1+\chi}{\chi} \qquad (2.10)$$

Второй вариант граничных условий на плоскости $y = b$ предполагает равенство нулю упругого перемещения и нормальной компоненты вектора индукции электрического поля:

$$w = 0,\ D_2 = 0 \ \text{при}\ y = b \qquad (2.11)$$

Согласно выражению для $D_2$ из (1.3) и выражению для $\psi$ из (1.2), следует $\partial\psi / \partial y = 0$. Поэтому из (2.11) получается:

$$f = 0,\ g' = 0 \ \text{при}\ y = b \qquad (2.12)$$

Удовлетворение граничным условиям (2.12) аналогично предыдущему случаю, приводит к системе однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постояных $\mathrm{A,B}$. Равенство нулю детерминанта этой системы дает искомое дисперсионное уравнение

$$\chi th\kappa\sqrt{1-\eta}bth\kappa b = (1+\chi)\sqrt{1-\eta} \qquad (2.13)$$

Из уравнения (2.13) также, как и для уравнения (2.4), для больших значений $\kappa b$ (для коротких волн) получается решение Гуляева-Блюстейна. Условие существования локализованных волн $(\kappa b)_*$ получается (при $\eta \to 1$) из решения уравнения

$$\chi\kappa bth\kappa b = 1+\chi \qquad (2.14)$$

которое в приближении $th\kappa b \approx 1$ совпадают с условием (2.10).

3. Нетрудно показать, что третий вариант граничных условий

$$\sigma_{23} = 0,\ D_2 = 0 \ \text{при}\ y = b \qquad (3.1)$$

приводится к условиям

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 0,\ \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \ \text{при}\ y = b \qquad (3.2)$$

Требование, чтобы решение (1.4) с учетом (1.5) и (1.6) удовлетворяло граничным условиям (3.2), приводит к системе алгебраических (однородных) уравнений относительно произвольных постоянных $\mathrm{A,B}$. Равенство нулю детерминанта этой системы дает следующее дисперсионное уравнение

$$(1+\chi)\sqrt{1-\eta}th\kappa\sqrt{1-\eta}\kappa b = \chi th\kappa b \qquad (3.3)$$

Уравнение (3.3) в коротковолновом приближении $(\kappa b >> 1)$ определяет фазовую скорость поверхностной волны Гуляева-Блюстейна (2.6). Уравнение (3.3) всегда имеет решение, удовлетворяющее условию (2.8) – условию существования локализованной в окрестности края $y=0$ волны. В этом нетрудно убедиться, если рассмотреть другой предельный случай – приближения длинных волн $(\kappa b << 1)$. В этом случае из уравнения (3.3) для фазовой скорости получается:

$$\eta = 1 - \frac{\chi}{1+\chi} \tag{3.4}$$

что существенно меньше фазовой скорости волны Гуляева-Блюстейна (с учетом $\chi < 1$).

Наконец рассматривается четвертый вариант грничных условий, когда на плоскости $y=b$ удовлетворяются те же граничные условия (1.8), что и на плоскости $y=0$.

В этом случае задача распространения гармонических волн в слое разбивается на две задачи: 1) антисимметричные по толщине относительно перемещения $w$ и симметричные относительно электрического потенциала $\varphi$, 2) симметричные относительно $w$ и антисимметричные относительно $\varphi$. Для первой задачи в срединной плоскости слоя должны иметь место условия

$$w = 0,\ \partial\varphi / \partial y = 0 \text{ при } \quad y = 0,5b \tag{3.5}$$

Задача решения уравнений (1.1) с граничными условиями (1.8), (3.5) приводится, аналогично предыдущим задачам к решению дисперсионного уравнения:

$$th\left(\kappa\sqrt{1-\eta}\,\frac{b}{2}\right) th\frac{\kappa b}{2} = \chi(1+\chi)\sqrt{1-\eta} \tag{3.6}$$

Уравнение (3.5), как и уравнения (2.4) и (2.13) имеет решения как при $\eta > 1$, так и при $0 < \eta < 1$ в зависисмости от относительной длины волны, $\kappa b$ и коэффициента электромеханической связи $\chi$.

Вторая задача (симметричная относительно $w$) имеет место при граничных условиях:

$$\frac{\partial w}{\partial y}=0,\ \ \varphi=0\ \ \text{при}\, y=0,5b \qquad (3.7)$$

В этом случае дисперсионное уравнение задачи получается в виде:

$$\chi+(1+\chi)\sqrt{1-\eta}sh\kappa\sqrt{1-\eta}\frac{b}{2}sh\frac{\kappa b}{2}=\chi ch\kappa\sqrt{1-\eta}\frac{b}{2}ch\kappa\frac{b}{2} \qquad (3.8)$$

Уравнение (3.8), аналогично уравнению (3.3), всегда имеет решение в виде тригонометрических функций $(\eta>1)$. В частности, в длинноволновом приближении -$(\kappa b)^2<<1$, при сохранении двух членов разложения по аргументу получается:

$$\eta=\frac{2(1+2\chi)}{2+3\chi}>1. \qquad (3.9)$$

Следовательно, для задачи слоя с одинаковыми условиями равенств нулю касательно напряжения и электрического потенциала на обеих плоскостях $y=0$ и $y=b$ возможны одновременно решения как локализованные $(0<\eta<1)$, так и нелокализованные $(\eta>1)$. Задача имеет двойную систему собственных функций.

**Заключение.** Приведены решения задач распространения электроупругих волн в слое, когда на одной из границ равны нулю напряжение и электрический потенциал, а на другой заданы различные варианты граничных условий. Установлены появления локализованных волн для различных граничных условий в зависимости от относительной длины волн и коэффициента электромеханической связи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Bleustein T.L.* A new surface wave in piezoelectric materials. Appl. Phys. Letter, 1968, 13, № 12. PP. 412–413.
2. *Гуляев Ю.В.* Поверхностные электрозвуковые волны в твердых телах. Письма в ЖЭТВ, 1969. Т. 9, № 1. СС. 63–65.
3. *Балакирев М.К., Гилинский И.А.* Волны в пьезоэлектриках. Новосибирск: Наука, 1982, 240 с.
4. *Белубекян В.М., Белубекян М.В.* Локализованные сдвиговые электроупругие волны при движении слоя вдоль полупространства. Докл. НАН Армении, 2009, Т. 109, № 4. СС. 297–303.
5. *Belubekkyan M.V., Belubekyan V.M.* Surface waves in piezoactive elastic system of a layer in a semi-space //Proceedings of the Yerevan State University (Physical and Mathematical Sciences), 2013, № 3. PP. 45–48.
6. *Белубекян М.В., Папян А.А.* К задаче распространения волн в слое из пьезоэлектрического материала класса 6 mm // В сб.«Актуальные проблемы механики сплошной среды». Ер., Изд-во ЕГУАС, 2015. СС. 91–94.
7. *Аветисян А.С., Камалян А.А.* О распространении электроупругого сдвигового сигнала в неоднородном пьезоэлектрэичевском слое класса 6 mm // Докл. НАН Армении, 2014, Т. 114, № 2. СС. 108–115.
8. *Аветисян А.С., Камалян А.А.* Влияние поперечной неоднородности пьезоэлектрического слоя и сочетаний граничных условий при распространении сдвигового электроупругого сигнала // Вестник ГИУА. Серия «Механика, Машиноведение, Машиностроение», 2014, Вып. 17, № 1. СС. 37–51.

## CONDITIONS FOR THE APPEARANCE OF GULYAEV- BLAUSTEIN SURFACE WAVES

**V. Belubekyan, M. Belubekyan, V. Garakov**

## ABSTRACT

The problem of propagation of entirely shear harmonic waves in a layer of piezoelectric material of hexagonal symmetry of class 6 mm is considered. It is assumed that on one of the planes, which is bounding the layer, the tangential stress and electric potential are zero. Different versions of the boundary conditions are possible on the other plane. Conditions are established under which the trigonometric character of the change in the thickness of the layer of the wave amplitude passes into a hyperbolic (localized).

**Keywords:** shear waves, piezoelectric, electroelasticity, localization

## ԳՈՒԼՅԱԵՎ-ԲԼՅՈՒՍՏԵՅՆԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐԸ

Վ.Մ. Բելուբեկյան, Մ.Վ. Բելուբեկյան, Վ.Գ. Գարակով

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Դիտարկված է մաքուր հարմոնիկ սահքի ալիքների տարածման խնդիրը 6 mm հեքսագոնալ սիմետրիայի պիեզոէլեկտրական նյութերում: Ենթադրվում է, որ սահմանային հարթություններից մեկի վրա զրոյի են հավասար շոշափող լարումը և էլեկտրական պոտենցիալը: Մյուս հարթության վրա հնարավոր են տարբեր եզրային պայմաններ: Տրվել են այն պայմանները, որոնց դեպքում ալիքի ամպլիտուդի փոփոխությունը ըստ հաստության անցնում է եռանկյունաչափական տեսքից հիպերբոլականի (տեղայնացվածի):

**Հիմնաբառեր՝** սահքի ալիքներ, պիեզոէլեկտրիկ, էլեկտրոառաձգականություն, լոկալիզացիա:

# Б И О Л О Г И Я

УДК 581.19:57.086.83

## ЗЕЛЕНЫЙ СИНТЕЗ НАНОЧАСТИЦ ЖЕЛЕЗА С АНТИБАКТЕРИАЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ*

**А.А. Оганесян**

*Российско-Армянский университет*

*ashkhen.hovhannisyan@rau.am*

**АННОТАЦИЯ**

Этанольный экстракт *Hipericum perforatum* L., стандартизованный по гиперицину, обладает высокой антирадикальной активностью и может быть использован для осуществления синтеза и конгрегации металлических наночастиц, в частности, FeNPs. Нами синтезированные наночастицы обладают бактерицидным свойством в отношении *Esherichia coli* K-12, ингибирующая зона которых намного раз превышает зону ампицилина.

**Ключевые слова**: наночастицы железа, экстракт *Hipericum perforatum, Esherichia coli,* антибактериальная активность.

### Введение

С возникновением резистентности патогенных штаммов бактерий к антибиотикам в медицине назревает необходимость содания новых систем дезинфекции. В связи с этим появляется интерес к нано-

* *Исследование выполнено в Российско-Армянском университете (РАУ) за счет средств, выделенных в рамках субсидии МОН РФ на финансирование научно-исследовательской деятельности РАУ на 2016г.*

частицам, которые обладают асептическими свойствами. Поиск и разработка новых подходов синтеза наночастиц с широким спектром терапевтического действия из разных источников, в том числе и растительного, с использованием новейших технологий, имеет очень большое значение для практической медицины. Преимущества нанотехнологий растений над традиционными химическими методами синтеза наночастиц заключаются в том, что они не используют токсичные химикаты во время синтеза, а также легко синтезируются в больших масштабах [1; 2].

В ходе обширных исследований химического синтеза наночастиц было выяснено, что эти частицы также обладают несколькими потенциальными опасностями, включая канцерогенность, генотоксичность, цитотоксичность и общую токсичность. Размеры инженерных наноматериалов – наночастиц настолько малы, что могут пройти сквозь кожу, легкие и кишечный тракт с неизвестными последствиями для здоровья человека [3]. Выбор растений и отбор экологически чистых нетоксичных восстанавливающих и стабилизирующих агентов растворителя являются наиболее важными вопросами, которые должны быть рассмотрены в зеленом синтезе наночастиц [4; 5].

*Hipericum perforatum* (зверобой продырявленный) – это одно из наиболее изученных лекарственных растений во всем мире, в листьях, цветках и плодах которого синтезируются и накапливаются биологически активные вторичные метаболиты [6]. Фитофармацевтические препараты на основе стандартизированных экстрактов, полученных из цветущих верхушек этого растения, были эффективны против легкой и умеренной депрессии [7; 8]. *H. perforatum* и некоторые другие виды рода важны и используются в пище как корма, топливо, красители [9; 10], как лекарственные препараты, используемые при ранах, ожогах, порезах, спазме желудка, бессоннице и мышечных болях [11; 12]. Активные компоненты *H. perforatum,* такие, как: гиперфорин, адгиперфо-

рин, гиперицин, кверцетин обладают антидепрессантной, противовоспалительной, антибактериальной, противоопухолевой, спазмолитической, гипотензивной, ранозаживляющей активностью [13–15]. Фармацевтическая важность этого растения быстро возросла в последние годы, особенно в связи с обнаружением вышеуказанных свойств, а также выявлением фотодинамической активности гиперицина.

**Материалы и методы**

Сбор и хранение листьев, цветков и плодов *H.perforatum,* растущих в Тавушском районе Армении, проводили в сентябре 2015 года. Высушенные теплым воздухом (55±1˚C) сухие листья, цветки и полды *H. perforatum* (33мг/мл) после механической гомогенизации экстрагировали в 96% этил спирте и в течение 15 минут подвергали воздействию ультразвуком (75Вт) (Ultrasonic Homogenizer, Sonic-150W, MRC). После 24 часовой инкубации на качалке (60–70 об/мин.) экстракты центрифугировали 15 минут при 3000 об/мин. на центрифуге (Jouan GR412) при 3000 об/мин. Экстракты были стандартизованы по содержанию гиперицина (35 мкМ).

Антирадикальную активность (АРА) тестируемых образцов определяли по методам тушения стабильного радикала 2,2-дифенил-пикрил гидразила (ДФПГ) (Fluka, Germany), измеряемому поглощением при 517 нм [16].

Спектры поглощения экстрактов зверобоя и полученных наночастиц были исследованы с помощью абсорбционной спектроскопии при длине волны 200–800 нм на сканирующем спектрофотометре (UV/Vis JENWAY 6405, ВБ).

Содержание гиперицина в экстрактах определяли абсорбционной спектроскопией, принимая коэффициент молярной экстинкции при 590 нм. равным 43500. Суммарное содержание гиперицина в высушенной ткани в процентах (X) определяли по уравнению:

$X = A \times 125 / A^{1\%} \times m$, где: A – абсорбция образца при 590 нм, $A^{1\%}$ – коэффициент абсорбции, равный 870 М/см, m – навеска сухого препарата в граммах, X – содержание гиперицина в сухом препарате [15].

Для получения наночастиц железа (FeNPs) растительный экстракт смешивали с раствором $FeCl_3*6\ H_2O$ (1–3 мМ). В процессе конгрегации переход $Fe^{+3}$, $Fe^{+2}$ до $Fe^0$ подтверждалось изменением цвета раствора. Наночастицы визуализировали с помощью светового микроскопа (AmScope, США).

Исследование антибактериальной активности проводили диск-диффузионным методом на агаре [17]. Индикатором антибактериальной активности являлась зона ингибирования, формирующаяся после 24–48 часов инкубации бактерий [15]. Во все чашки вводили 0.1мл взвеси культуры дикого типа *E.coli* К-12, природно-лизогенного штамма (штамм из коллекции кафедры Микробиологии ЕГУ) [Vardapetyan et al. 2012]. В качестве контроля использовали стандартизованный по содержанию гиперицина (35 мкМ) этанольный экстракт зверобоя, раствор $FeCl_3*6H_2O$, минимальная ингибирующая концентрация для положительного контроля – ампицилина составила 5 мкг/мл, а для «зеленого» FeNPs – 60мкг/мл.

Статистический анализ проводили на основе комплексного применения стандартных статистических методов: вычисления средних значений, стандартных отклонений, стандартных средних ошибок. В таблицах, на графиках и диаграммах приведены средние арифметические и их стандартные ошибки (n = 8–12).

## Результаты и обсуждение

Синтез наночастиц с использованием растений очень рентабелен и поэтому может быть использован как экономичная и ценная альтернатива для крупномасштабного производства. Экстракты различных растений используются как восстанавливающие и стабилизирующие

агенты для биосинтеза наночастиц. В связи с этим проводили предварительный скрининг этанольных экстрактов растений *H. perforatum, O. basilicum, L. nobilis* по АРА (Рис. 1). Как видно из полученных результатов, высокой АРА активностью обладает этанольный экстракт зверобоя, который и был выбран для конгрегации зеленых наночастиц.

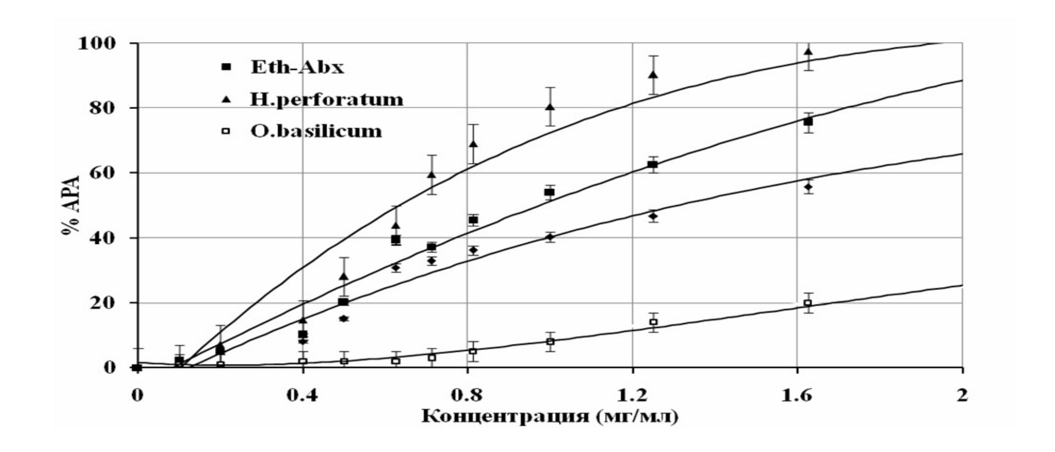



**Рис. 1. Антирадикальная активность этанольных экстрактов разных растений.**

Проводили реакцию синтеза наночастиц, смешивая стандартизованный экстракт зверобоя с $FeCl_3$*6 $H_2O$. Визуализировали полученные FeNPs под микроскопом (AmScope, США) (Рис. 2).

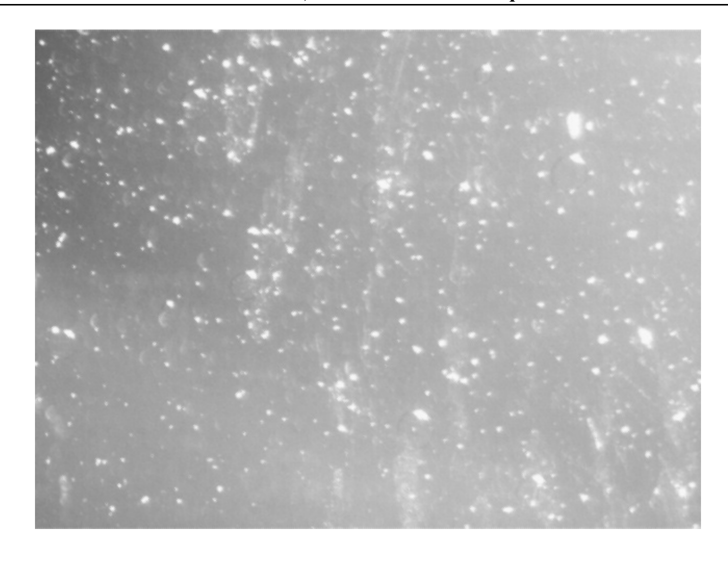


**Рис. 2. Визуализация агрегатов наночастиц (увеличение 200 раз).**

Как показали наши результаты, экстракт зверобоя, раствор соли Fe в темновых условиях не обладают выраженной цитотоксичностью в отношении *E.coli* К-12 (Рис. 3). Однако нами синтезированные наночастицы обладают выраженным бактериоцидным свойством, действуя на выживаемость *E. coli.* Зона полного ингибирования FeNPs равна 28 –32 мм (учитывая кор агара 9 мм) и с площадью – 44,1–59,2 $см^2$ (без кора) (Табл. 1, Рис. 3). Сравнивая полученные нами результаты с действием ампициллина на выживаемость *E. coli*, можно сказать, что несмотря на то, что МИК FeNPs почти в 10 раз больше, но ингибирующая зона превышает ее почти в 1,5 раза.

**Таблица 1.**

**Антибактериальная активность стандартного и тестируемого препарата против бактериального тестового организма (*E. coli*).**

| ***Esherichia coli*** | | |
|---|---|---|
| **Препарат** | **Концентрация (мкг/мл)** | **Ингибирующая зона (мм)** |
| Ампициллин [18] | 5 | 14 |
| | 50 | 16 |
| | 250 | 20 |
| FeNPs (зеленый) | 60 | 9 |
| | 180 | 32 |

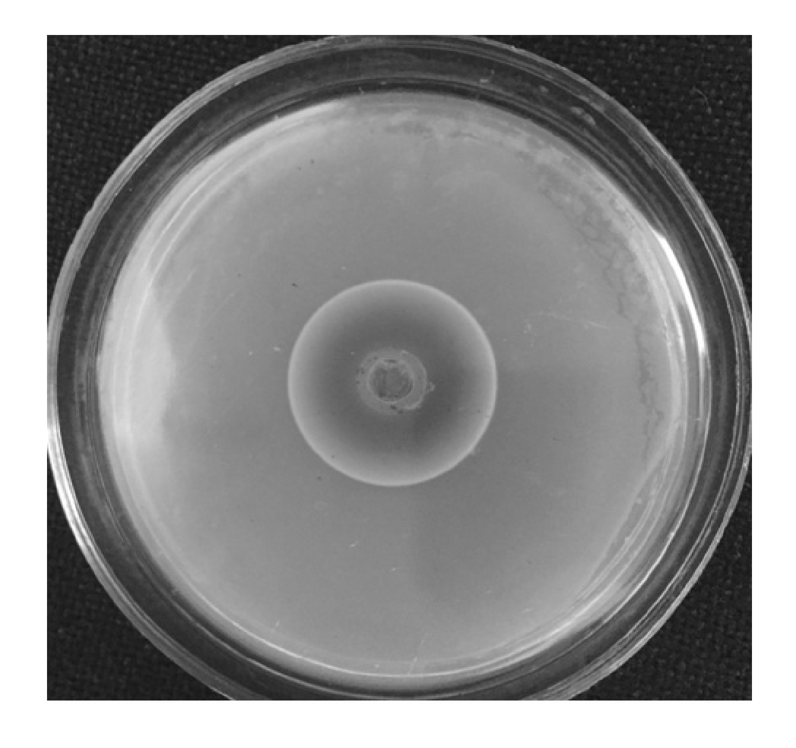


**Рис. 3. Образование зоны ингибирования после инъекции «зеленых» наночастиц железа.**

Наночастицы представляют интерес благодаря уникальным свойствам, которые могут быть включены в антимикробные системы, биосенсорные, сверхпроводящие и криогенные материалы, композиционные волокна, косметические продукты [19; 20]. Комплексные исследования антибактериального действия наночастиц появились с 2004 года и выросли по экспоненте. Нанометаллические системы обладают рядом преимуществ, благодаря которым их используют в качестве противомикробных агентов. Они обладают очень высокой активностью против широкого круга микробов и паразитов даже при использовании низких доз. Полученные нами наночастицы можно использовать в качестве бактерицидных, асептических агентов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Malabadi R., Naik S., Neelambika T. Meti N. et al.* Silver nanoparticles synthesized by in vitro derived plants and callus cultures of Clitoria ternatea; Evaluation of antimicrobial activity // Research in Biotechnology, 3(5): 26–38, 2012.
2. *Ghosh S., Patil S., Ahire M., Kitture R., Kale S., Pardesi K., Cameotra S., Bellare J., Dhavale D., Jabgunde A., Chopade B.* Synthesis of silver nanoparticles using Dioscorea bulbifera tuber extract and evalution of its synergistic potential in combination with antimicrobial agents // International Journal of Nanomedicine, 7: 483–496, 2012.
3. *Nabikhan A., Kandasamy K., Raj A., Alikunhi N.* Synthesis of antimicrobial silver nanoparticles by callus and leaf extracts from saltmarsh plant, Sesuvium portulacastrum L Colloids and Surfaces B // Biointerfaces, 79(2): 488–493, 2010.
4. *Poulose S., Panda T., Nair P., Theodore T.* Biosynthesis´ of silver nanoparticles // Journal of Nanoscience and Nanotechnology, 14(2): 2038–2049, 2014.

5. *Mukunthan K., Elumalai E., Patel T., Murthy V.* Catharanthus roseus: a natural source for the synthesis of silver nanoparticles // Asian Pacific Journal of Tropical Biomedicine, 270–274, 2011.
6. *Robson N.* Hypericum botany. In: *Hypericum*: The genus *Hypericum* (Ernst E, Ed), Taylor and Francis; New York, 1–22, 2003.
7. *Di Carlo G., Borrelli F., Ernst E., Izzo A. St. John's Wort*: Prozac from the plant kingdom, Trends Pharmacol Sci 22: 292–297, 2001.
8. *Bilia A., Gallori S., Vincieri F.* St. John's wort and depression, efficacy, safety, tolerability-An update // Life Sci 70 3077–3096, 2002.
9. *Samant S., Palni L.* Diversity, distribution and indigenous uses of essential oil yielding medicinal plants of Indian Himalayan region // J. Med. Arom. Plant Sci 22: 671–684, 2000.
10. *Brown T.* Guide to Wild Edible and Medicinal Plants (Field Guide), Berkley Publishing Group, New York, 1985.
11. *Altun M., Sever Yilmaz B., Orhan I., Saltan Çitoğlu G.* Assesment of cholinesterase and tyrosinase inhibitory and antioxidant effects of Hypericum perforatum L. (St. John's wort) // Ind Crops Prod, 43: 87–92, 2013.
12. *Orhan I., Kartal M., Gülpinar A., Cos P., Matheeussen A., Maes L., Tasdemir D.* Assessment of antimicrobial and antiprotozoal activity of the olive oil macerate samples of *Hypericum perforatum* and their LC-DAD-MS analyses // Food Chem., 138 (2–3): 870–875, 2013.
13. *Beerhues L.* Hyperforin // Phytochemistry, 67: 2201–2207, 2006.
14. *Lensen A., Hansen S., Nielsen E.* Adhyperforin as a contributor to the effect of Hypericum perforatum L. in biochemical models of antidepressant activity // Life Sci, 67: 1593–1605, 2001.
15. *Vardapetyan H., Tiratsuyan S., Hovhannisyan A.* Elucidation of DPPH radical scavenging, antibacterial and photodynamic activities of *H. perforatum* extracts Elucidation of Antiradical and Antibacterial

Properties of *Hypericum Perforatum* Extracts // BJA, 4(2): PP. 111–116, 2012.
16. *Koleva I., van Beek T., Linssen, J., de Groot A., Evstatieva L.* Screening of plant extracts for antioxidant activity: a comparative study on three testing methods // Phytochem. Analysis, 13: 8–17, 2001.
17. *Bauer A. et al.* Antibiotic susceptibility testing by a standardized single disk method // Am. J. Clin. Pathol. 4. 493–496, 1966.
18. Nayan R., Shukla V. Antibacterial and antifungal activities from leaf extracts of *Cassia fistula* l.: An ethnomedicinal plant //J Adv Pharm Technol Res, 2(2): 104–109, 2011.
19. *Senapati S. Ph.D.* Thesis. India: University of pune. Biosynthesis and immobilization of nanoparticles and their applications, 1–57, 2005.
20. *Klaus T., Joerger R., Olsson E., Granqvist C.* Silver-based crystalline nanoparticles, microbially fabricated // Proc Natl Acad Sci USA, 96: 13611–13614, 1999.

## GREEN SYNTHESIS OF IRON NANOPARTICLES WITH ANTIMICROBIAL PROPERTIES

**A. Hovhannisyan**

### ABSTRACT

The ethanolic extract of *Hipericum perforatum* L., standardized for hypericin, has a high ARA and can be used for the synthesis and congregation of iron nanoparticles. We have synthesized Fe nanoparticles with bactericidal properties against E. coli K-12 and the zone of bacterial growth inhibition exceeds the ampicillin’s zone many times.

**Keywords:** Fe nanoparticles, *Hypericum perforatum, Esherichia coli,* antibacterial activity.

# ՀԱԿԱԲԱԿՏԵՐԻԱԼ ՀԱՏԿՈՒԹՈՒՆՆԵՐՈՎ ԵՐԿԱԹԻ ՆԱՆՈՄԱՄՆԻԿՆԵՐԻ ԿԱՆԱՉ ՍԻՆԹԵԶԸ

**Ա.Ա. Հովհաննիսյան**

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

*Hipericum perforatum L.*-ի հիպերիցինով ստանդարտացված էթանոլային էքստրակտն օժտված է բարձր հակառադիկալային ակտիվությամբ և կարող է կիրառվել նանոմասնիկների, մասնավորապես FeNPs-ի, սինթեզի և կոնգրեգացիայի իրականացման համար: Մեր կողմից սինթեզված նանոմասնիկներն օժտված են *E.coli* K-12-ի նկատմամբ մանրէասպան հատկությամբ, ինհիբիտոր զոնան գերազանցում է ամպիցիլինի զոնային:

**Հիմնաբառեր**՝ երկաթի նանոմասնիկներ, *Hipericum perforatum*-ի էքստրակտ*, Esherichia coli,* հակամանրէնային ակտիվություն:

УДК 581.19:57.086.83

# АНТИРАДИКАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА И ДЕЙСТВИЕ НА ЭРИТРОЦИТЫ ЧЕЛОВЕКА ЭКСТРАКТОВ *OCIMUM SANCTUM* И *OCIMUM ARARATUM*[*]

**Ш.А. Казарян**

*Российско-Армянский университет*

*shushanik.kazaryan@rau.am*

## АННОТАЦИЯ

Были исследованы общее содержание флавоноидов (ОСФ), антирадикальная активность (АРА) и гемолитические свойства водно-этанольных экстрактов листьев *Ocimum sanctum* и *Ocimum araratum*, прорастающих на территории Котайкского марза Армении. Выявлены высокие ОСФ и АРА этанольных экстрактов, с максимальным ОСФ и АРА у 50% этанольного экстракта *O.araratum.* Обнаружено, что экстракты обладают сильной гемолитической активностью как при темновой инкубации, так и при облучении. Наибольшая цитотоксическая активность наблюдается при воздействии на эритроциты человека 96% этанольным экстрактом *O.sanctum.*

**Ключевые слова**. *O.sanctum*, *O.araratum*, общее содержание флавоноидов, антирадикальная активность, цитотоксичность, гемолиз.

## Введение

Согласно данным Всемирной Организации Здравоохранения, более 80% всего населения мира для поддержания своего здоровья использует натуральные продукты, в том числе и БАДы [1].

[*] *Исследование выполнено в Российско-Армянском университете (РАУ) за счет средств, выделенных в рамках субсидии МОН РФ на финансирование научно-исследовательской деятельности РАУ на 2016г.*

Род *Ocimum* (базилик) включает более 150 видов и считается одним из крупнейших родов семейства *Lamiaceae*. Все больше возрастает интерес к изучению свойств растений рода *Ocimum* в связи с широким распространением, частым использованием в национальной кухне и традиционной медицине разных народов и содержанием большого спектра вторичных метаболитов [2]. В народной медицине его используют в качестве средства от головной боли, кашля, заболеваний желудочно-кишечного тракта, почек и т.д. [3]. Исследованы антимикробные свойства некоторых видов базилика. Доказана его эффективность при лечении некоторых форм вирусных заболеваний. Примечательно, что при этом смягчается проявление побочных эффектов, часто проявляющихся при применении синтетических антимикробных препаратов [4]. Кроме этого, изучены и противовоспалительные, противоопухолевые, антиоксидантные и противогрибковые свойства некоторых видов *Ocimum* [5]. *Ocimum* проявляет ингибирующую активность в отношении ВИЧ-1 обратной транскриптазы и способен подавлять агрегацию тромбоцитов, индуцированную коллагеном и АДФ [6]. Эксперименты на крысах показали, что экстракт листьев *O.basilicum* увеличивает активность глутатион-трансферазы, которая в определенной степени способна защитить клетки органов ЖКТ от химического карценогенеза [7].

Главными вторичными метаболитами, обнаруженными в растениях рода *Ocimum,* являются эфирные масла, фенольные компоненты и антоцианины [8]. Основными компонентами эфирного масла базилика являются эвгенол, изоэвгенол, хавикол, эстрагол и линалоол. Эфирные масла базилика в *in vitro*-исследованиях проявляют сильные антиоксидантные, противоопухолевые, антимикробные и противовирусные свойства [5]. В базилике обнаружены также розмариновая и кофейная кислоты, обладающие сильными антибактериальными и противовоспалительными свойствами [9]. Флавоноиды и другие феноль-

ные компоненты базилика обладают широким спектром свойств, а такой класс флавоноидов, как антоцианины, обеспечивают характерный цвет пурпурных видов данного рода [10]. Помимо этого, антоциан цианидин-3-гликозид, встречающийся в *O.araratum*, подавляет G2/M фазу клеточного цикла, вызывая апоптоз [11].

В связи с этим, следует учитывать и тот факт, что разные виды рода *Ocimum* могут обладать различными свойствами и, несмотря на значительный перечень полезных биологических свойств экстрактов *Ocimum*, возможно наличие и цитотоксических свойств. Наиболее информативной моделью исследования в данном случае является изучение цитотоксического действия экстрактов на эритроциты человека, в связи с чем, в данной работе было проведено сравнение антирадикальных и гемолитических свойств экстрактов двух разных видов рода *Ocimum* – *O.sanctum* и *O.araratum*, прорастающих на Армянском нагорье.

**Материалы и методы**

Растения были собраны в июне 2016 года в Армении (Котайкский марз). Листья растений после предварительной промывки, стерилизовали в 1% растворе гипохлорида натрия и высушивали до 10% влажности.

Для экстрагирования использовали сухие измельченные листья в соотношении 1:30 мл. Сухие листья после механической гомогенизации подвергали воздействию ультразвуком при 75Вт и времени воздействия 15 мин. (Ultrasonic Homogenizer, Sonic-150W, MRC). После 24-часовой инкубации на качалке (60–70 об/мин) экстракты центрифугировали 15 минут при 3000 об/мин на центрифуге Jouan GR412 [12].

Общее содержание флавоноидов (ОСФ) определяли за счет способности флавоноидов хелатировать атомы $Al^{3+}$, при 430 нм, по методу [13].

Антирадикальную активность (АРА) определяли методом тушения свободного радикала DPPH (2,2-дифенил-1-пикрилгидразил) при 517 нм на спектрофотометре JENWAY 6405 UV/Vis Spectraphotometr (Великобритания) [14].

Для исследования гемолитической активности экстрактов значения их рН доводили до 7.2. Кровь брали у 15 практически здоровых доноров и центрифугировали со скоростью 6000 об/мин. в течение 10 мин. при $5^0$С, далее осажденные эритроциты дважды отмывали центрифугированием при тех же условиях в физиологическом растворе. Осажденные эритроциты ресуспендировали в фосфатном буфере (рН 7.2). Оптическую плотность (ОП) суспензии эритроцтов доводили до 0,7 оптических единиц, где число эритроцитов равно приблизительно $6.2 \bullet 10^6$ клеток/ мл. Цитотоксическое действие растительных экстрактов на эритроциты были исследованы как непосредстевенно после добавления экстрактов к суспензии эритроцитов, так и после их совместной инкубации в темновых условиях при $25^0$ С в течение 0–24 час. Для выявления фотодинамических свойств всех экстрактов суспензию эритроцитов совместно с экстрактами облучали видимым светом лампы накаливания («Этюд», РФ) с мощностью излучения на поверхности образца 30 мВт/см$^2$ при 25˚С. Резистентность (устойчивость) эритроцитов оценивали по изменению оптического поглощения суспензии эритроцитов при 680 нм в течение 15–30 мин, снимая показания через каждые 30 сек. на спектрофотометре (UV/Vis 6405 “Jenwaey”, UK) [15].

Биологическая повторность опытов 4–6 кратная при проведении 2–3 серий опытов в каждом. Статистический анализ проводили с помощью программы Microsoft Office Excel.

## Результаты и обсуждение

Данные общего содержания флавоноидов водно-этанольных экстрактов листьев *O.sanctum* и *O.araratum* приведены на Рис. 1. Анализ общего содержания флавоноидов показал, что наибольшее их количество содержится в 50% этанольном экстракте *O.araratum* (36,34±0.8 мкг/г), а наименьшее – в 96% этанольном экстракте *O.araratum* (2.45±0.044 мкг/г). Однако следует отметить общую тенденцию: как среди экстрактов *O.sanctum*, так и среди экстрактов *O.araratum,* наибольшее содержание флавоноидов наблюдается у 50% этанольных экстрактов, наименьшее – у 96%. За исключением этанольных экстрактов, во всех остальных случаях ОСФ выше у экстрактов *O.araratum.* Этот факт может быть связан с тем, что, в отличие от *O.sanctum,* в листьях *O.araratum* содержатся такие гидрофильные флавоноиды, относящиеся к антоцианам, как цианидин-3-(ди-р-кумарилглюкозид)-5-глюкозид и пеонидин, которые также обеспечивают пурпурный цвет растения [16].

Максимальная АРА выявлена у 50% (0,26±0,04 мг/мл) и 25% (0,26±0,06 мг/мл) этанольных экстрактов *O.araratum*, примечательно, что ОСФ в данных экстрактах было выше, чем во всех остальных. 96% этанольный экстракт *O.araratum* хоть и обладает меньшим ОСФ, чем 96% этанольный экстракт *O.sanctum,* но значение АРА у него выше (1,8±0,05 мг/мл), а значение АРА 96% этанольного экстракта *O.sanctum* самое низкое среди всех экстрактов (2,75±0,06 мг/мл). Значения АРА остальных экстрактов представлены на Рис.1.

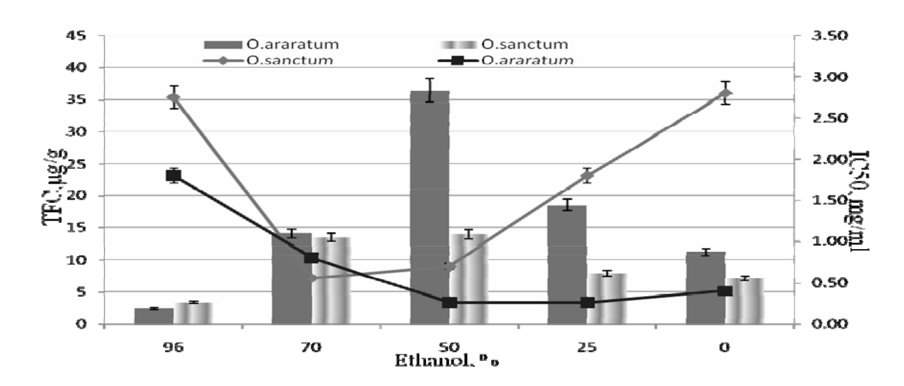



**Рис.1. ОСФ и АРА (IC50) водно-спиртовых экстрактов *O.sanctum* и *O.araratum.***

Цитотоксическое действие экстрактов проверяли при темновой инкубации и облучении. В условиях темновой инкубации водные и 25% этанольные экстракты не приводят к гемолизу, 50% и 70% этанольные экстракты *O.sanctum* приводят к частичному гемолизу, но даже по прошествию 24 ч. инкубации гемолиз составляет 36% и 18%, соответственно.

**Таблица 1.**

**Устойчивость эритроцитов (в процентах) при воздействии водно-спиртовыми экстрактами *O.araratum* и *O.sanctum* при облучении.**

| Экстракт | | Время облучения | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 мин | 5 мин | 10 мин | 15 мин | 20 мин | 25 мин | 30 мин | 24 ч |
| *O.araratum* | 25 % | 106 | 104 | 101 | 97 | 84 | 82 | 80 | 10 |
| | 50 % | 100 | 91 | 25 | 8 | – | – | – | – |
| | 70 % | 102 | 33 | 6 | – | – | – | – | – |
| | 96 % | 114 | 124 | 123 | 68 | 67 | 45 | 30 | 0 |
| *O.sanctum* | 25 % | 89 | 89 | 93 | 94 | 100 | – | 88 | 84 |
| | 50 % | 100 | 98 | 5 | – | – | – | – | – |
| | 70 % | 90 | 84 | 40 | 3 | – | – | – | – |
| | 96 % | 2 | 1 | – | – | – | – | – | – |

Этанольный экстракт *O.sanctum* сразу после добавления к взвеси эритроцитов начинает приводить к незначительному гемолизу, который к 60 мин. темновой инкубации составляет 15%, после 24 ч. инкубации наблюдается полный гемолиз. Следует отметить, что 50% этанольный экстракт *O.araratum*, обладающий наибольшими значениями ОСФ и АРА, уже к 60 мин. темновой инкубации приводит к полному гемолизу эритроцитов. 70% и 96% – этанольные экстракты *O.araratum* приводят к гемолизу, начиная с 15 и 30 мин., соответственно, а после 24 ч. инкубации гемолиз составляет 22% и 59%.

При облучении самой высокой цитотоксичностью обладает этанольный экстракт *O.sanctum*, который сразу после добавления к взвеси эритроцитов приводит к полному гемолизу. Высокой цитотоксичностью обладают 50% и 70% этанольные экстракты *O.araratum* и *O.sanctum*, которые уже при 5–10 мин. облучении приводят к сильному гемолизу. Слабой цитотоксичностью обладают лишь водные экстракты. Остальные данные цитотоксического действия экстрактов *O.araratum* и *O.sanctum* приведены в Таблице 1.

Из всего вышеизложенного следует, что в листьях *O.araratum* и *O.sanctum* содержатся как гидрофильные, так и гидрофобные флавоноиды, однако с увеличением содержания этанола в экстрагенте уменьшается ОСФ, и увеличивается выход некого фотодинамического вещества, которое усиливает гемолиз эритроцитов. При этом, содержание данного гидрофобного вещества в листьях *O.sanctum* намного больше, чем в листьях *O.araratum.* В связи с неустойчивостью антоцианов ко многим факторам, в том числе и свету, можно предположить, что такими компонентами являются представители данного класса флавоноидов [17], однако, учитывая, что все антоцианы имеют синий, красный и пурпурный цвет, не характерный для *O.sanctum,* можно утверждать, что гемолические свойства экстрактов обусловлены веществами других классов вторичных метаболитов. Несмотря на

высокие ОСФ и АРА, этанольные экстракты листьев *O.araratum* и *O.sanctum* проявляют цитотоксическую активность в отношении эритроцитов человека.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Rajendran M.P., Palliyan B.B., Selvaraj N. Avicenna J.* Phytomed. 4 (3): 200–214, (2014).
2. *Patil D.D. Mhaske, D.K., Wadhawa G.C.* Journal of Advanced Pharmacy Education and Research. 2: 104–112 (2011).
3. *Sikmon J.E., Morales M.R., Phippen W.B., Vieira R.F. and Hao Z.* ASHS Press: Alexandria, VA, 495– 505 (1999).
4. *Mishra P. and Mishra S.* American Journal of Food Technology, 6: 336–341 (2011).
5. *Zarlaha A., Kourkoumelis N., Stanojkovic T.P.,* D Kovala-Demertzi Digest Journal of Nanomaterials and Biostructures. 9: 907–917 (2014).
6. *Yamasaki K., Nakano M., Kawahata T., Mori H., Otake T., Ueba N., Oishi I., Inami R., M. Yamane, M. Nakamura, H. Murata, and T. Nakanishi*. Biological & Pharmaceutical Bulletin. 21: 829 (1998).
7. *Kusamran W.R., Ratanavila A. and Tepsuwan A.* Food and Chemical Toxicology. 36: 475–484 (1998).
8. *Deshpande R.S., Tipnis H.P.*, Intsecticidal activity of Ocimum Basilicum L. Pesticides. 12: 21–28 (1997).
9. *Fale P.L.V., Madeira P.J.A., Florencio M.H., Ascensao L. and Serralheiro M.L.M*. Food & Function. 2: 130–136 (2011)
10. *Cook N.C., Samman S.* Nutritional Biochemistry, 7: 66–76 (1996).
11. *Bunea A., Rugina D., Scont Z.*et al. Phytochemistry. 95: 436–444 (2013).
12. *Vardapetyan H, Tiratsuyan S. and Hovhannisyan A.* Journal of Experimental Biology and Agricultural Sciences. 2(3): 2320–8694 (2014).

13. *Woisky R.G., Salatino A.J.* Api Res. 37(2): 99–105 (1998).
14. *Vardapetyan H., Tiratsuyan S, Hovhannisyan A, Martirosyan A.* Biological Journal of Armenia. 64: 111–116 (2012).
15. *Vardapetyan H.R., Tiratsuyan S.G., Hovhannisyan A.A., Hunanyan L.S., Martirosyan A.S.* et al. Proc. of SPIE. 6087:1–8 (2006).
16. *Ololade Z.S., Fakankun O.A., Alao, F.O.,* Udi O.U. Global Journal of Science Frontier Research: Chemistry. 14(7): 30–38 (2014).
17. *Reque P.M., Steffens, R.S., Jablonski A., Flores, S.H.* de O. Rios, A. & de Jong, E.V. Journal of Food Composition and Analysis. 33(1): 111–116 (2014).

## *OCIMUM SANCTUM* AND *OCIMUM ARARATUM* EXTRACTS' ANTIRADICAL PROPERTIES AND THEIR ACTION ON HUMAN ERYTHROCYTES

**Sh. Kazaryan**

### ABSTRACT

The aim of the present study is to investigate the antiradical activities (ARA), total flavonoid's content (TFC) and hemolytic properties of ethanolic extracts of *Ocimum sanctum* and *Ocimum araratum* from Armenian highland. The major TFC and ARA detected in *O. araratum* 50% ethanolic extract. It was found that all extracts have a strong hemolytic activity both at dark incubation and with irradiation. The greatest cytotoxic activity is observed when human erythrocytes are exposed to 96% ethanol extract of *O.sanctum.*

**Keywords:** *O.sanctum*, *O.araratum*, antiradical activity (ARA), total flavonoid's content (TFC), citotoxicity, hemolysis.

# *OCIMUM SANCTUM* Ի *OCIMUM ARARATUM*-Ի ԷՔՍՏՐԱԿՏՆԵՐԻ ՀԱԿԱՌԱԴԻԿԱԼԱՅԻՆ և ՑԻՏՈՏՈՔՍԻԿ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

**Շ. Ղազարյան**

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ուսումնասիրվել են Հայաստանի Կոտայքի մարզում աճող *Ocimum sanctum* և *Ocimum araratum*-ի ջրա-էթանոլային էքստրակտների ֆլավոնոիդների ընդհանուր քանակությունն ու հակառադիկալային ակտիվությունները: Բացահայտվել են էթանոլային էստրակտների ֆլավոնոիդների բարձր ընդհանուր քանակությունները և հակառադիկալային ակտիվությունները, ինչպես նաև այդ չափանիշների առավելագույն արժեքների դրսևորում՝ *O.araratum*-ի 50% էթանոլային էքստրակտի մոտ: Դիտվել է էքստրակտների մթնային պայմաններում ինկուբացիայի և լույսի ազդեցությամբ մակածված ուժեղ հեմոլիտիկ ակտիվություններ: Առավելագույն ցիտոտոքսիկ ակտիվություն դրսևորում են *O.araratum*-ի 96%-ոց էքստրակտները մարդու էրիթրոցիտների նկատմամբ:

**Հիմնաբառեր**՝ *O.sanctum*, *O.araratum*, ֆլավոնոիդների ընդհանուր պարունակությունը, հակառադիկալային ակտիվություն, ցիտոտոքսիկություն, հեմոլիզ:

УДК 577.32 (547.963)

# *IN SILICO* СКРИНИНГ НИЗКОМОЛЕКУЛЯРНЫХ ЛИГАНДОВ, СТАБИЛИЗИРУЮЩИХ ТЕЛОМЕРНЫЕ G-КВАДРУПЛЕКСНЫЕ ДНК

***Г.В. Чилингарян[1], Н.Н. Абелян[1], С.Г. Тирацуян[1,2], Л.С. Унанян[1], Г.Р. Вардапетян[1]***

*[1]Российско-Армянский университет,*
*[2]Ереванский государственный университет*

*chil-garri@gmail.com, narek041296@mail.ru, stiratsuyan@bk.ru, lhunanyan@mail.ru, hvardapetyan@mail.ru*

## АННОТАЦИЯ

В современной антираковой терапии большое внимание уделяется возможности ингибирования белка теломеразы в раковых клетках посредством стабилизации G-квадруплексной ДНК, формирующейся на концах теломер. В настоящее время одной из важнейших проблем является поиск низкомолекулярных лигандов, с высокой специфичностью связывающихся с данными структурами для их стабилизации.

Целью данной работы являлось проведение виртуального скрининга для выявления низкомолекулярных лигандов, связывающихся с теломерной G-ДНК, а также анализ полученных пространственно-энергетических параметров.

**Ключевые слова:** теломераза, антираковая терапия, G-квадруплекс, виртуальный скрининг.

## Введение

Теломеры представляют собой специализированые участки ДНК на концах линейных хромосом, которые обеспечивают их защиту от

повреждений в период клеточного деления, от действия нуклеаз, а также от негомологичного спаривания хромосом. Теломерные концы ДНК человека состоят из тандемных повторов последовательностей гексануклеотидов $d(TTAGGG)_n$ 5–10 кб длиной, образующих терминальный одноцепочечный 3'-оверхэнг, включающий 35–600 нуклеотидных оснований [1]. Теломерная ДНК ассоциирована с белками шелтеринового комплекса [2], а структура и стабильность теломер тесно связана с раковыми заболеваниями, старением и генетической стабильностью [3].

G-квадруплексные структуры, которые формируются на дистальном 3'- конце теломер человека и содержат гуанин-богатый оверхэнг с приблизительно 100–200 оснований нуклеотидов, рассматриваются как потенциальная мишень для новой антираковой терапии, основанной на использовании низкомолекулярных лигандов. В *in vitro* исследованиях показано, что ряд низкомолекулярных лигандов, стабилизирующих теломерные G-квадруплексные структуры, ингибирует активность теломеразы [4–6].

Несмотря на большое количество работ, направленных на изучение G-квадруплексных структур, прогресс в поиске потенциальных низкомолекулярных лигандов, стабилизирующих G-ДНК, ограничивается лишь одним соединением, допущенным до клинических испытаний [7]. Одной из причин является отсутствие структурных данных высокого разрешения для многих предполагаемых G-квадруплекс – образующих последовательностей. Другой основополагающей проблемой является динамический полиморфизм этих структур и ограниченность традиционных биофизических методов в изучении данного явления. Одна и та же последовательность способна формировать сразу ряд топологически различных в структурном плане G-ДНК. Малейшие изменения в последовательности, вплоть до одного нуклеотида, могут привести к критическим структурным изменениям. Спектроско-

пические методы низкого разрешения, такие, как циркулярный дихроизм или УФ-спетроскопия недостаточно точны для определения различий между структурными конформерами. Методы высокого разрешения, такие, как ЯМР и кристаллография, тоже предоставляют ограниченную информацию при исследовании динамического полиморфизма G-ДНК [8].

Целью данной работы являлся поиск низкомолекулярных лигандов, связывающихся с рядом топологически различных структур теломерной G-ДНК с высокой энергией связывания.

## Материалы и методы

В качестве мишеней были отобраны четыре структуры, отражающие структурный полиморфизм теломерной G-квадруплексной ДНК в виде четырех основных структурных топологий, а именно: 1)PDBID 1KF1, которая отражает топологию “propeller”, 2) PDBID 2HY9- топология “hybrid-1” 3) PDBID 2JSL –“hibrid-2”, 4)PDBID 143D -топология “basket” (Рис. 1).

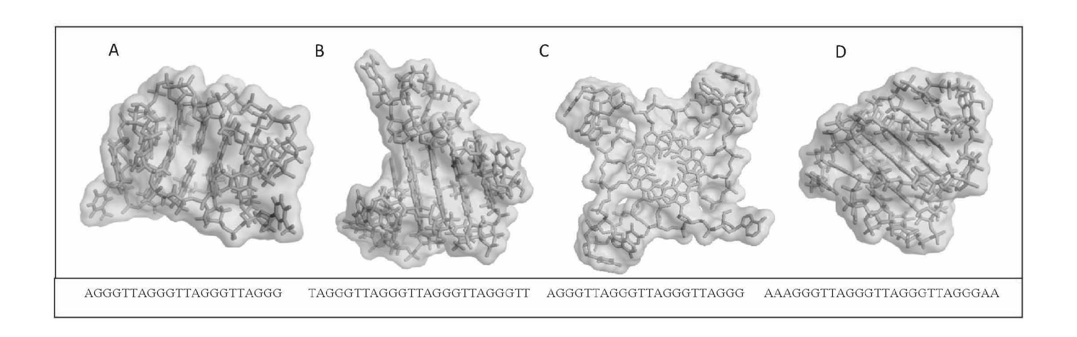



**Рис. 1. Структурные топологии теломерных G-квадруплексных ДНК. A) 143D - “basket”, длина последовательности 22н. B) 2JSL – “hibrid-2”, (25 н); C) 1KF1 - “propeller” ( 22 н). D) 2HY9 - “hibrid-1”, ( 26н).**

Структуры теломерных G-ДНК были взяты из базы данных PDB [9]. Обработка данных о структуре лигандов осуществлялась посредством программного пакета OpenBabelv2.4.0. [10].

Для проведения виртуального скрининга и выявления сайтов связывания отобранных кандидатов с G-ДНК (молекулярный докинг) были использованны программные пакеты AutoDockVina [11] и AutoDockTools [12]. Для визуалицаии данных использовались программные пакеты PyMOL [13] и VMD [14]. В качестве базы данных низкомолекулярных лигандов, стабилизирующих теломерную G-ДНК, была использована специализированная база данных NALDB [15].

Скрининг проводился в 2 этапа. На первом этапе суммарное количество отобранных соединений составило 24341. На втором этапе был проведен повторный скрининг с учетом всех имеющихся конформаций лигандов 4 потенциальных кандидатов, продемонстривовавших наилучшие показатели на первом этапе, что в сумме представляет 386 соединений.

**Результаты и обсуждение**

По итогам проведенного виртуального скрининга были выявлены соединения, связывающиеся с высокой аффинностью с рядом описанных теломерных G-квадруплексных структур (Табл. 1).

Из выявленных соединений приоритетными являются те, которые проявили высокую энергию связывания одновременно с различными теломерными G-ДНК и допустимые показатели RMSD. С учетом вышесказанного, наибольший интерес представляет одно из производных дикарбоксиамида* (Рис. 2).

**Таблица 1.**

**Результаты виртуального скрининга. Представлены топ 10 потенциальных кандидатов для каждой структуры в порядке убывания энергии взаимодействия.**

| Basket topology (143D) | Propeller topology (1KF1) | Hybrid-1 topology (2HY9) | Hybrid-2 topology(2JSL) |
|---|---|---|---|
| Производное димиданафталена (G4DBD27) | Теломестатин (G4DBD377) | Производное дикарбоксиамида** (G4DBD578) | Bis-производное карбазола (G4DBD441) |
| BOQ1 (G4DBD10) | Производное дикарбоксиамида* (G4DBD556) | 3AQN (G4DBD173) | BOQ1 (G4DBD10) |
| Производное триазола (G4DBD163) | Производное дикарбоксиамида (G4DBD565) | 6AQN G4DBD166 | 3AQN (G4DBD173) |
| Производное нафталена (G4DBD164) | Производное дикарбоксиамида** (G4DBD577) | Производное дикарбоксиамида* (G4DBD556) | Производное L-пролина (G4DBD4) |
| Пиридил (G4DBD6) | BRACO-19 (G4DBD285) | Производноедикарбоксиамида (G570) | 6AQN (G4DBD174) |
| 3AQN (G4DBD173) | Производное дикарбоксиамида (G4DBD560) | Производное L-пролина (G4DBD4) | Производное акридина (G4DBD280) |
| Производное дикарбоксиамида (G4DBD560) | Производное акридина (G4DBD280) | Производное диэтанамина (G4DBD804) | PDC-M-TO (G4DBD518) |
| Производное дикарбоксиамида* (G4DBD556) | Bis-производное карбазола (G4DBD441) | PDC-M-TO (G4DBD518) | Производное димиданафталена (G4DBD27) |
| Phen-DC3 (G4DBD648) | Производное дикарбоксиамида (G4DBD574) | Производное дикарбоксиамида (G4DBD560) | Производное дикарбоксиамида (G4DBD578)** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6AQN (G4DBD174) | Производное дикарбоксиамида (G4DBD570) | Теломестатин (G4DBD377) | Производное ди-карбоксиамида* (G4DBD556) |

Полные названия и данные о химических соединениях представлены в базе данных NALDB.

Под соединениями указаны их идентификационные коды в базе данных.

*-N,N'-Bis(2-(piperazin-1-yl)-acetamido-6-pyridyl)-1,10-phenanthroline-2,9-dicarboxamide;

**-N,N'-Bis(2-(3-piperazin-1-yl)-propanamido-6-pyridyl)-1,10-phenanthroline-2,9-dicarboxamide.

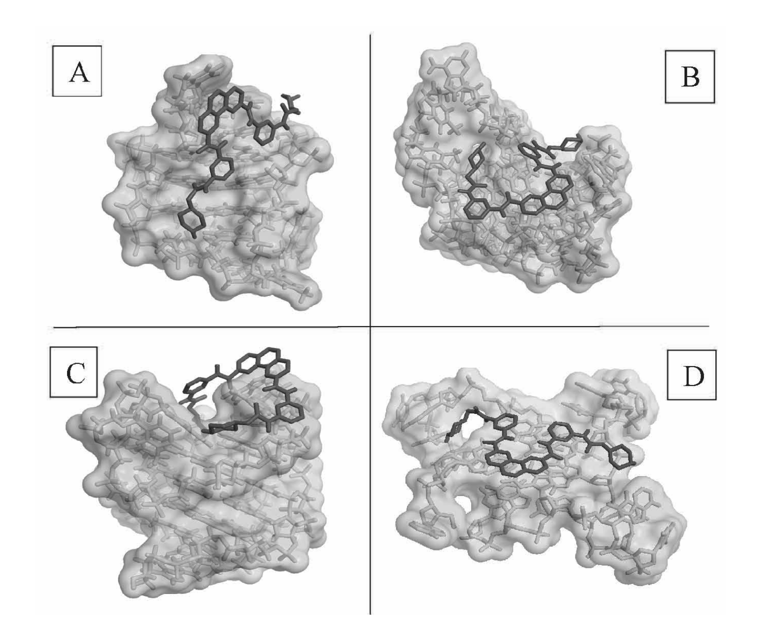



**Рис. 2. Взаимодействие N,N'-Bis (2-(piperazin-1-yl)-acetamido-6-pyridyl)-1,10- phenanthroline-2,9-dicarboxamide с теломерными G-ДНК. A)143D; энергия связывания (ЭС) = - 8.7 ккал/моль; B)2SJL; ЭС = -9.7 ккал/моль C) 2HY9; ЭС = -9.5 ккал/моль; D)1KF1; ЭС = -9.3 ккал/моль. Показатели RMSD во всех случаях <= 0.2 нм.**

Таким образом, в результате проделанных исследований был обнаружен ряд соединений, таких, как 3AQN, 6AQN и два производных дикарбоксиамида, взаимодействующих и стабилизирующих разные структурные топологии теломерной G-ДНК. Важно отметить, что в сравнении с лидирующим соединением BRACO-19, кандидаты проявили большую энергию связывания. При этом, BRACO-19 свойственна высокая энергия связывания только по отношению к одной структуре теломерной G-ДНК, и в *in vivo* экспериментах соединение не продемонстрировало предсказанных свойств. Основная причина того, что BRACO-19 до настоящего времени считается лидирующим соединением, связана с попыткой искусственно подавить влияние динамического полиморфизма квадруплексных структур путем введения дополнительных ко-растворителей типа ПЭГ, ацетонитрила, а также сахаров, белков, бивалентных катионов и т.д. с целью создания условий для формирования одной доминантной структуры. Такой подход в терапевтическом плане признан нецелесообразным [8]. Актуальность и важность настоящего и аналогичных исследований вне сомнений, т.к. позволяет предотвратить неоправданные и зачастую пагубные манипуляции, изменяющие микроокружение и биологию клеток и тканей.

Работа выполнена при поддержке гранта МОН РФ Российско-Армянского университета (РАУ).

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Hockemeyer D. and Kathleen Collins*. Control of Telomerase Action at Human Telomeres. Nature structural & molecular biology 22.11848–852. (2015).
2. *de Lange, Shelterin T.*: the protein complex that shapes and safeguards human telomeres. *Genes Dev*. 19, 2100–2110 (2005).

3. *Shay J.W. Bacchetti S.* A Survey of Telomerase Activity in Human Cancer. Eur. J. Cancer. 33, 787−791 (1997).
4. *De Cian A., Lacroix, L., Douarre C., Temime-Smaali N., Trentesaux C., Riou J.F., Mergny J.L.* Targeting Telomeres and Telomerase. Biochimie 90, 131−155 (2008).
5. *Lopes J. Piazza A., Bermejo R., Kriegsman B., Colosio A., Teulade-Fichou M.-P., Foiani M., Nicolas A.* G-Quadruplex-Induced Instability During Leading-Strand Replication. EMBO J. 30, 4033−4046 (2011).
6. *Rodriguez R., Miller, K.M., Forment J.V., Bradshaw C.R., Nikan M., Britton S., Oelschlaegel T., Xhemalce B., Balasubramanian S., Jackson S.P.* Small-Molecule-Induced DNA Damage Identifies Alternative DNA Structures in Human Genes. Nat. Chem. Biol. 8,301−310 (2012).
7. *Drygin D., Siddiqui-Jai A., O'Brien S., Schwaebe M., Lin A., Bliesath J., Ho C.B. Proffitt, C. Trent K., Whitten, J.P. et al.* Anticancer Activity of CX-3543: A Direct Inhibitor of rRNA Biogenesis. Cancer Res. 69, 7653−7661 (2009).
8. *Le. Huy T. et al.* An Investigation of G-Quadruplex Structural Polymorphism in the Human Telomere Using a Combined Approach of Hydrodynamic Bead Modeling and Molecular Dynamics Simulation. The Journal of Physical Chemistry. B 118.20, 5390–5405 (2014).
9. RCSB Protein Data Bank-RCSB PDB: www.rcsb.org
10. *O'Boyle N.M., Banck M., James C.A., Morley C., Vandermeersch T. & Hutchison G.R.* Open Babel: An open chemical toolbox. Journal of cheminformatics 3.1, 33 (2011).
11. *Trott O. and Olson A.J.* Auto Dock Vina: improving the speed and accuracy of docking with a new scoring function, efficient optimization, and multithreading. Journal of computational chemistry 31.2, 455–461 (2010).

12. *Morris, Garrett M. et al.* AutoDock4 and AutoDockTools4: Automated docking with selective receptor flexibility. Journal of computational chemistry 30.16: 2785–2791 (2009).
13. *De Lano, Warren L.* The PyMOL molecular graphics system. (2002).
14. *Humphrey W., Andrew D. and Schulten K.*VMD: visual molecular dynamics. Journal of molecular graphics 14.1, 33–38 (1996).
15. *Mishra K., Subodh and Kumar A.* NALDB: Nucleic Acid Ligand Database for Small Molecules Targeting Nucleic Acid. Database: The Journal of Biological Databases and Curation (2016).

## *IN SILICO* SCREENING OF TELOMERIG G-QUADRUPLEX-BINDING LIGANDS

**G. Chilingaryan, N. Abelyan, S. Tiratsuyan, L. Hunanyan, H. Vardapetyan**

### ABCTRACT

The formation of G-quadruplex at the distal 3′ end of the human telomere region, which contains a single-stranded guanine-rich overhang, has been investigated as potential target for novelsmall-molecule-based anticancertherapy. The aim of this work was to carry out virtual screening to find telomeric G-quadruplex-binding small molecules. The energetic and stereochemical parameters have been calculated and analyzed.

**Keywords:** telomearse, anticancer therapy, G-quadruplex, virtual screening.

# *IN SILICO* ԹԵԼՈՄԵՐԱՅԻՆ G-ՔՎԱԴՐՈՒՊԼԵՔՍԱՅԻՆ ԴՆԹ-Ն ԿԱՅՈՒՆԱՑՆՈՂ ՑԱԾՐԱՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԼԻԳԱՆԴՆԵՐԻ ՈՐՈՆՈՒՄ

Գ. Չիլինգարյան,Ն.Աբելյան, Ս.Տիրացույան,
Լ. Հունանյան , Հ. Վարդապետյան

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ժամանակակից հակաուռուցքային թերապիայում մեծ ուշադրություն է հատկացվում ուռուցքային բջիջներում թելոմերազ սպիտակուցի ճնշման հնարավորությանը թելոմերների վրա ձևավորվող G-քվադրուպլեքսային ԴՆԹ-ի կայունացման միջոցով: Ներկայումս կարևորագույն խնդիրներից է հանդիսանում նշված կառույցների հետ բարձր ընտրողականությամբ փոխազդող ցածրամոլեկուլային լիգանդների որոնումը վերջիններիս կայունացման նպատակով: Ներկայացված աշխատանքի նպատակն է եղել թելոմերային G-քվադրուպլեքսային ԴՆԹ-ի հետ կապվող ցածրամոլեկուլային լիգանդների որոնումը վիրտուալ սքրինինգի միջոցով, ինչպես նաև ստացված տարածական-էներգետիկ բնութագրիչների վերլուծությունը:

**Հիմնաբառեր՝** թելոմերազ, հակաուռուցքային թերապիա, G-քվադրուպլեքս, վիրտուալ սքրինինգ:

УДК 575.112:004

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТАНЖЕРЕТИНА С РЕГУЛЯТОРАМИ АПОПТОЗА МЕТОДАМИ МОЛЕКУЛЯРНОГО ДОКИНГА

**С.Г. Тирацуян[2,1], О.В. Грабский[1]**

*[1]Российско-Армянский университет,*
*[2]Ереванский государственный университет*

*susanna.tiratsuyan@rau.am, hovakim.grabski@rau.am*

## АННОТАЦИЯ

В последние годы, следуя принятой тенденции использования различных природных соединений, ведутся поиски ресурсов безвредных терапевтических препаратов. Экспериментально показано, что цитрусовые флавоноиды, включая полиметоксифлавоны, рассматриваются как потенциальные химиотерапевтические агенты в борьбе с канцерогенезом и обладают широким спектром биологической активности, в том числе, ингибированием факторов риска метаболического синдрома. Целью данной работы являлась оценка возможного эффекта действия одного из самых распространенных полиметоксифлавонов – танжеретина на регуляторы апоптоза: гетеротетрамер и гетеродимер белков Bcl-2 и BH3 домена BAX, а также на рецепторы смерти DR1,DR2, DR4, DR5. Результаты показали, что танжеретин взаимодействует с аминокислотами гетеротетрамера, участвующими в образовании гетеродимерных связей. Также показано взаимодействие с рецепторами смерти. Это дает возможность рассматривать полиметоксифлавон танжеретин в качестве перспективного антиканцерогенного агента.

**Ключевые слова:** танжеретин, регулятор, рецептор, апоптоз, докинг, аффиность.

## Введение

В последние годы, следуя принятой тенденции использования различных природных соединений, ведутся поиски ресурсов безвредных терапевтических препаратов. Потенциальное протекторное действие фруктов и овощей на здоровье человека связано с наличием в них вторичных метаболитов, биоактивных функциональных соединений, таких, как: флавоноиды, каротиноиды, аскорбиновая кислота и лимоноиды, обладающие антиоксидантной, противовоспалительной и противораковой и др. активностями [1, 2]. Экспериментально показано, что флавоноиды цитрусовых могут действовать как профилактические и химиотерапевтические агенты самостоятельно, а также в качестве адъювантов с другими лекарствами [2]. Полиметоксифлавоны это группа метоксилированных фенольных соединений, встречающихся в основном в цитрусовых, которые состоят из бензо-гамма-пирона с карбонильной группой в положении С-3 и метоксигрупп в разных положениях. Биологическое значение полиметоксифлавонов, по сравнению с другими флавоноидами, выше благодаря липофильным свойствам большинства находящихся в них метоксильных групп [3]. Флавоноиды цитрусовых рассматриваются как потенциальные химиотерапевтические агенты в борьбе с канцерогенезом и обладают широким спектром биологической активности, в том числе, ингибированием факторов риска метаболического синдрома [4–6].

Целью данной работы являлась оценка возможного эффекта действия одного из самых распространенных полиметоксифлавонов-танжеретина на регуляторы апоптоза: гетеротетрамер и гетеродимер-белков Bcl-2 и BH3 домена BAX, а также на рецепторы смерти DR1, DR2, DR4, DR5.

## Материалы и методы

Для проведения докинга использовалась программа Autodock Vina[7], используящая ламарковский генетический алгоритм (Lamarkian Genetic Algorithm, LGA). При создании модели молекулы танжеретина были получены с использованием разных программ по биомоделированию, а также банки данных RCSB Protein Data Bank [8], PubChem [9]. Структура рецептора была взята из банка данных RCSB PDB (ID 2XA0).

В качестве базовых параметров для гетеротетрамерной структуры были выбраны виртуальный бокс с размерами 76Х50Х56 и континум исчислений 128.

## Результаты и обсуждение

В работе проведен молекулярный докинг танжеретина с гетеротетрамером гетеродимера белка Bcl-2 и BH3 домена белка BAX, состоящим из четырех цепей A, B, C, D. Цепи A и B идентичны и принадлежат анти-апоптотическому белку Bcl-2, C и D тоже идентичны и принадлежат BH3 домену (52-82а.о.) про-апоптотического белка BAX. Результаты докинга показали, что танжеретин взаимодействует с аминокислотными остатками LEU59, GLN118, HIS120, ARG139 гетеротетрамера (Рис. 1 ). Из них LEU59 локализован в BH3 (a2) домене белка BAX, GLN118 в BH3 домене, а HIS120, ARG139 в BH1 домене белка Bcl-2.

Проведенный нами докинг позволил получить модель взаимодействия танжеретина с гетеротетрамером белков Bcl-2 и BH3 домена BAX со средней энергией связывания -6.0± 0.216kcal/mol

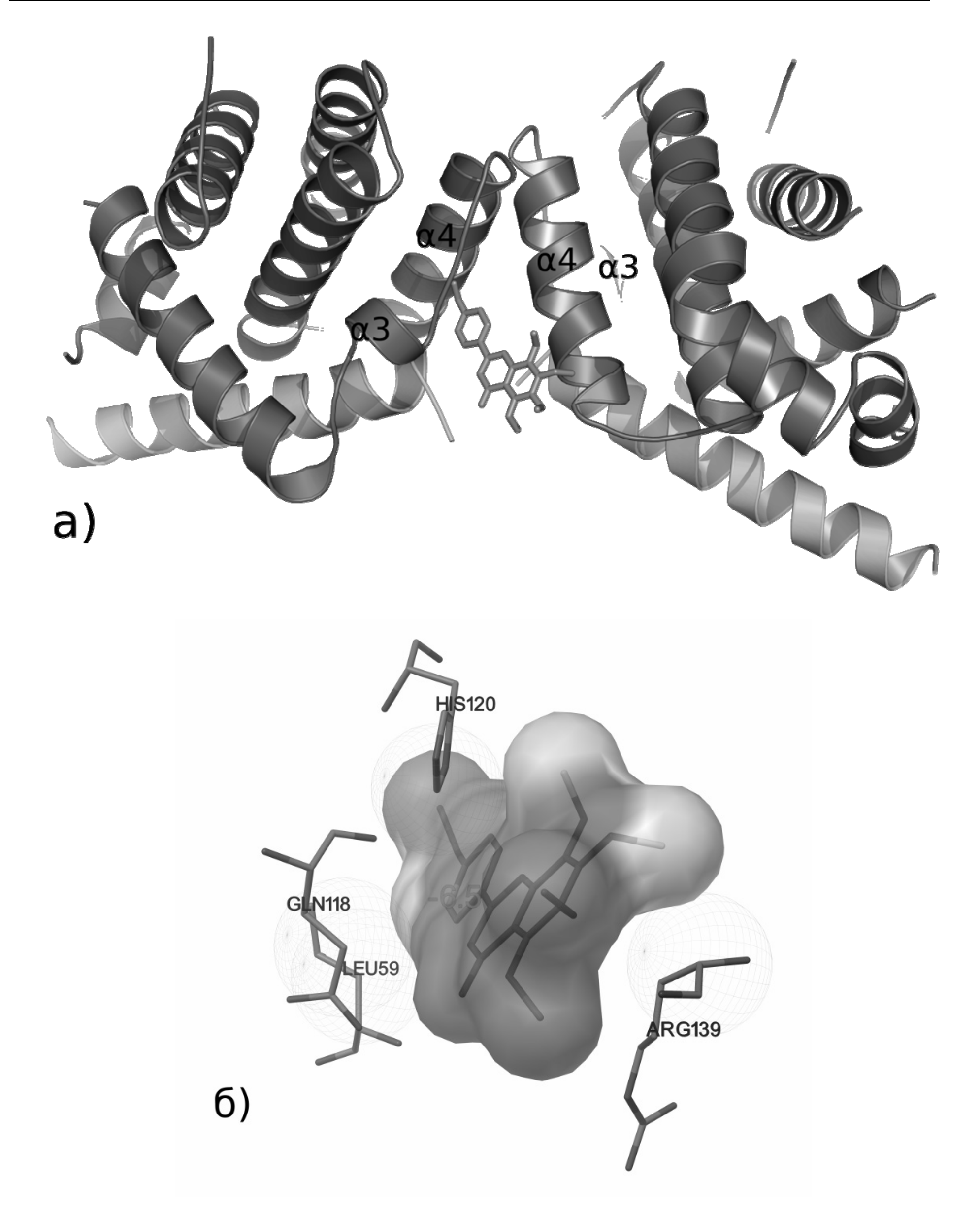



**Рис. 1. (а) Докинг танжеретина в гетеротетрамере 2(BH3 BAX -Bcl-2) A-B цепи Bcl-2 и (C-B цепи BAX).**
**(б) Аминокислотные остатки гетеротетрамера, вовлеченные во взаимодействие.**

При анализе связывания танжеретина с гетеротетрамером Bcl-2 и BAX докинг имеет ряд недостатков, результаты менее надежны. Для уточнения правильности места связывания был проведен докинг с гетеродимером, состоящим из А цепи белка Bcl-2, и С цепи белка BAX. Энергия связывания, при этом, равнялась -5.6±0,216 kcal/mol. Это свидетельствует о том, что взаимодействие танжеретина с гетеротетрамером сильнее, чем с гетеродимером Bcl-2 и BAX (Рис. 2, а).

При этом, танжеретин электростатически взаймодействует с аминокислотными остатками VAL 133, LYS58, GLY128, ARG129. Из них LYS58 локализован в BH3 домене белка BAX(C-цепь), а VAL 133, GLY128, ARG129 в А-цепи белка Bcl-2 (Рис.2, б).

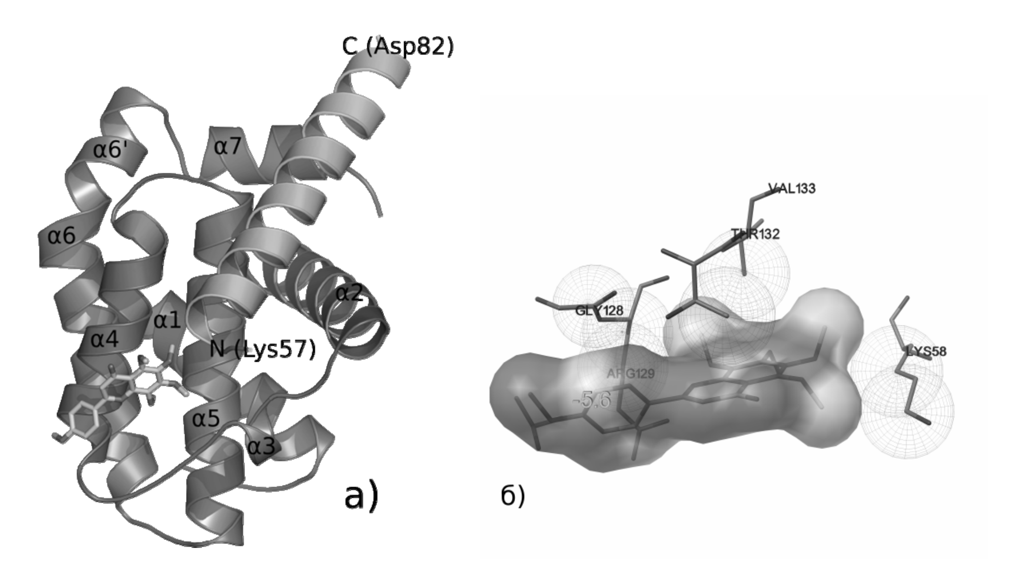



**Рис. 2. Взаимодействие танжеретина с гетеродимером BH3 BAX -Bcl-2. А цепь Bcl-2-тёмно-серый цвет и С цепь BAX-серый (а). Аминокислоты гетеродимера, вовлеченные во взаимодействие (б).**

Сравнение аминокислотных остатков гетеротетрамера и гетеродимера, вовлеченных во взаимодействие с танжеретином, показывает на участие расположенных по соседству аминокислот (Табл.1). Танже-

ретин при докингес гетеротетрамером взаимодействует с ARG139 и GLU 118 цепи A, которые образуют водородные связи с аминокислотами цепи C, тогда как при докинге в гетеродимере взаимодействует с GLU 128 и ARG 129, которые участвуют в образовании водородных связей гомодимера А-Б, LIS 58 цепи C, также вовлеченным в образование гомодимера С-Д и лишь VAL 133 вовлечен в образование гетеродимера. Таким образом, танжеретин взаимодействует с аминокислотами одного и того же сайта, но электростатические взаимодействия с гетеротетрамером сильнее и комплекс стабильнее, а энергия взаимодейтвия с выше, чем с гетеродимером (-6.0± 0.216kcal/mol kcal/mol >-5.6±0.216 kcal/mol).

**Таблица 1.**

**Аминокислотные остатки гетеротетрамера и гетеродимера, вовлеченные во взаимодействие с танжеретином.**

| Мишени | | Аминокислоты | Аффинность (ккаль/моль) |
|---|---|---|---|
| гетеротетрамер | 2xBAX( BH3α2) | Лейцин 59(α2) | -6.0± 0.216 |
| | 2xBCL-2 | Глутамин 118(α3- α 4)<br>Аргинин 139 α4- α 5<br>Гистидин 120α3- α 4 | |
| гетеродимер | BAX( BH3α2) | Лизин 58 (α2) | -5.6±0.216 |
| | BCL-2 | Глицин 128 α4<br>Аргинин 129 α4<br>Валин 133 α4 | |

Взаимодействие с гетеротетрамером затрагивает аминокислотные остатки белка Bcl-2 α2 спирали домена BH3 и бета повороты между α3- α 4 и α4 -α 5 спиралей домена BH1, с одной стороны, и LEU 59

α2 спирали домена BH3 белка Bax, вовлеченных в образование гетеротетрамера [10].

Это может дестабилизировать гетеротетрамер и способствовать удалению Bax, α2 спирали которого сосредоточены в области 59-101 а.о. функционального BH3 домена, который достаточен как для гомодимеризации, гетеродимеризации с белками семейства Bcl-2 [11], так и для стимуляции апоптоза в клетках млекопитающих.

При взаимодействии с гетеродимером танжеретин, в основном, затрагивает вовлеченные в гомодимеризацию аминокислоты, где, в основном, задействованы аминокислотные остатки спирали α4.

При апоптозе N-конец Bax-a подвергается конформационным изменениям, которые затрагивают α- 5 и α- 6, которые могут быть существенны для выворачивания белка наизнанку и включены в активацию белка, сопровождающуюся ассоциацией и образованием пор на митохондриях. Основываясь на сильных молекулярных контактах между спиралями α- 1, 2, 5, 6, и 9, изменения в конформации любого из этих регионов теоретически должны триггерировать изменения в других регионах. В частности, поскольку α2, содержащий BH3 домен, примыкает к обоим терминальным α1 и α9 спиралям, то смещение любого из них может вызывать экспозицию BH3.

Апоптоз представляет собой высокозапрограммированную клеточную смерть для ремоделирования ткани, гомеостаза и развития многоклеточных организмов. Одним из целевых сайтов для лечения канцерогенеза является активация внешнего апоптотического пути, т.к. при этом клетки неопластической ткани становятся нечувствительными к апоптозу в зависимости от гистопатологии, но, чаще всего, у них развивается резистентность к CD95 (APO-1, Fas) апоптозу. Внешние пути апоптоза связаны с кластеризацией рецепторов смерти на поверхности клетки после активации взаимодействием с тримерами лигандов. Все рецепторы смерти принадлежат суперсемейству рецеп-

торов фактора некроза опухоли (TNFR): TNF -R1, CD95 (APO-1, Fas), TRAMP (APO-3 DR-3), рецептор 1, связанный с TNF апоптоз-индуцирующим лигандом (TRAIL) – (TRAIL-R1 DR4) и TRAIL-R2 (APO-2, DR5). Для достижения лучшего терапевтического действия лидерной молекулы, а также уменьшения побочных эффектов молекул в других регионах предпочтительной мишенью являются рецепторы смерти. Поэтому нами был проведен докинг-анализ танжеретина с рецепторами смерти DR1, DR2, DR4, DR5. В Табл 2. обобщены результаты докинг-анализа танжеретина с аминокислотными остатками DR 1[1F3V]; DR 2- [3MX7]; DR4- [1DG6] DR 5- [1D4V].

**Таблица 2.**

**Докинг танжеретина с аминокислотными остатками DR 1[1F3V];DR 2- [3MX7]; DR4- [1DG6] DR 5- [1D4V].**

| Лиганд | Мишень | Аминокислоты | Gridbox Å | Средняя энергия взаимодействия |
|---|---|---|---|---|
| Танже-ретин | NTД TRADD и TRAF домен TRAF2 | GLU151 | 76*44*54 | -5,815± 0.318kcal/mol |
| Танже-ретин | FAIM-NTD | SER85, LEU12, LYS84 | 110*76*96 | -4,72±0,179kcal/mol |
| Танже-ретин | APO2L/TRAIL | ARG121, ALA123, PHE278 | 106*80*101 | -5,38±0,150kcal/mol |
| Танже-ретин | TRAIL -DR5 | TYR189, ALA272, GLU271 | 118*90*118 | -5,625±0,183kcal/mol |

Как видно из табл. 2, танжеретин электростатически взаймодействует с аминокислотным остатком GLU151 DR1; SER85, LEU12, LYS84 – FAIM-NTD; ARG121, ALA123, PHE278 APO2L/TRAIL, а также TYR189,ALA272, GLU271 TRAIL -DR5 .

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о том, что танжеретин взаимодействует с аминокислотами гетеротетрамера Bcl-2 -BH3 BAX, участвующими в образовании гетеродимерных связей, тем самым, способствуя освобождению про-апоптотического белка. Также показано взаимодействие с рецепторами смерти DR1, DR2, DR4, DR5, которые участвуют в регуляции апоптоза. Это дает возможность рассматривать полиметоксифлавон танжеретин в качестве перспективного антиканцерогенного агента.

***Благодарность***

Работа выполнена при поддержке гранта НИР 25/15 Российско-Армянского университета.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Food factors for health promotion. Google book, edited by Toshikazu Yoshikawa 2017.
2. *Nancy E. Rawson, Chi-Tang Ho, Shiming* Li Efficacious anti-cancer property of flavonoids from citrus peels Food Science and Human Wellness 3 (2014), 104–109.
3. *Pan M.H., Li S., Lai C.S. et al.* Inhibition of citrus flavonoids on12-O-tetradecanoylphorbol 13-acetate-induced skin inflammation andtumorigenesis in mice, Food Sci. Hum. Wellness 1 (2012) 65–73.
4. *Tauqeer Hussain Mallhi, Azmi Sarriff, Azreen Syazril Adnan et al.*, Effect of Fruit/Vegetable-Drug Interactions on CYP450, OATP and p-Glycoprotein: A Systematic Review Tropical Journal of Pharmaceutical Research October 2015; 14(10): 1927–1935.
5. *Evans M., Sharma P. and Guthrie N.* Bioavailability of Citrus Polymethoxylated Flavones and Their Biological Role in Metabolic

Syndrome and Hyperlipidemia Readings in Advanced Pharmacokinetics – Theory, Methods and Applications2012 267–286.

6. Эл. источник: https://genomediscovery.org/anti-telomerase-cancer-therapy-tangeretin-an-o-polymethoxylated-flavone-found-in-tangerine-and-other-citrus-peel.dpuf
7. *Trott, O., & Olson, A.J.* (2010). AutoDockVina: improving the speed and accuracy of docking with a new scoring function, efficient optimization, and multithreading. Journal of computational chemistry, 31(2), 455–461.
8. *Berman, H., Henrick, K., Nakamura, H., & Markley, J. L.* (2007). The worldwide Protein Data Bank (wwPDB): ensuring a single, uniform archive of PDB data. Nucleic acids research, 35(suppl 1), D301-D303.
9. *Bolton E.E., Wang Y., Thiessen P.A., & Bryant S.H.* (2008). PubChem: integrated platform of small molecules and biological activities. Annual reports in computational chemistry, 4, 217–241.
10. *Westphal D., Dewson G., Czabotar P.E. et al.,* Molecular biology of Bax and Bak activation and actionBiochimica et BiophysicaActa 1813 (2011) 521–531.
11. *Jerry E. Chipuk, Moldoveanu T., Llambiet F. et al.* The BCL-2 Family ReunionMolecular Cell 37, 299–310, 2010.

## STUDY OF INTERACTION OF TANGERETIN WITH APOPTOSIS REGULATORS BY MOLECULAR DOCKING METHOD

**S. Tiratsuyan, H. Grabski**

### ABSTRACT

In recent years, following the trend of the use of various natural compounds, the search for harmless therapeutic drugs is being conducted. It has been shown

experimentally that citrus flavonoids, including polymethoxyflavones, exhibit a broad spectrum of biological activity, such as inhibition of metabolic syndrome risk factors and they are considered as potential chemotherapeutic agents against carcinogenesis. The aim of this work was to evaluate the possible effect of the action of one of the polymethoxyflavones-tangeretin on apoptosis regulators: heterotetramer and heterodimer of the Bcl-2 and BH3 domain of the BAX proteins, as well as the DR1, DR2, DR4, DR5 death receptors. The results showed that tangeretin interacts with the amino acids of the heterotetramer, which is involved in the formation of heterodimeric bonds. Interaction with death receptors is also shown. This makes it possible to treat polymethoxyflavone tangeretin as a promising anticarcinogenic agent.

**Keywords:** tangeretin, regulator, receptor, docking, apoptosis, affinity.

## ՏԱՆԺԵՐԵՏԻՆԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԱՊՈՊՏՈԶԻ ԿԱՐԳԱՎՈՐԻՉՆԵՐԻ ՀԵՏ ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԴՈՔԻՆԳԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Ս.Գ. Տիրացույան, Հ.Վ. Գրաբսկի

### ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Վերջին տարիներին, հետևելով նոր տենդենցներին որոնում են բնական ծագում ունեցող միացություններ որպես անվնաս դեղանյութեր: Փորձնականորեն ցույց է տրվել, որ ցիտրուսների ֆլավոնոիդները, այդ թվում նաև` պոլիմեթոքսիֆլավոնները դիտարկվում են որպես հնարավոր քիմոթերապևտիկ նյութեր նորագոյացման դեմ և ցուցաբերում կենսաբանական ակտիվության լայն սպեկտր ինչպես, օրինակ, մետաբոլիկ համախտանիշի ռիսկի գործոնների արգելակում: Աշխատանքի նպատակ է հանդիսացել տանժերետինի ազդեցության գնահատումը ապոպտոզի կարգավորիչների. Bcl-2 և BAX սպիտակուցի BH3 դոմենի հետերոտետրամերի և հետերոդիմերի, ինչ-

պես նաև մահվան ընկալիչներ DR1, DR2, DR4, DR5 վրա: Արդյունքները ցույց են տվել, որ տանժերիտինը փոխազդում է հետերոտետրամերի այն ամինաթթուների հետ, որոնք ներգրավված են հետերոդիմերային կապերի ձևավորման մեջ: Ցույց է տրված նաև փոխազդեցություն մահվան ընկալիչների հետ: Այս ամենը հնարավորություն է ընձեռնում դիտարկել տանժերետինը որպես հնարավոր խոստումնալից հակաքաղցկեղային գործոն:

**Հիմնաբառեր՝** տանժերետին, կարգավորիչ, ընկալիչ, դոքինգ, ապոպտոզ, խնամակցություն:

УДК 575.112:004

# МОЛЕКУЛЯРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ОЦЕНКА МОДЫ СВЯЗЫВАНИЯ АРТЕМИЗИНИНА С ГЛЮКОКОРТИКОИДНЫМ РЕЦЕПТОРОМ

**С.В. Гиносян[1], О.В. Грабский[1], С.Г. Тирацуян[2,1], Л.С. Унанян[1], Г.Р.Вардапетян[1]**

*[1]Российско-Армянский университет*
*[2]Ереванский государственный университет*

*siranush.ginosian.93@mail.ru, hovakim.grabski@rau.am, susanna.tiratsuyan@rau.am, lernik.hunanyan@rau.am, hrachik.vardapetyan@rau.am*

## АННОТАЦИЯ

Артемизинины проявляют широкий спектр биологической активности, такой как антиоксидантная, антипротозойная, антиканцерогенная, противогрибковая, противовирусная, противоспалительная и т.д. Однако до настоящего времени механизмы действия и молекулярные мишени артемизининовых недостаточно изучены. Предварительный виртуальный скрининг биомишеней артемизинина выявил сильное взаимодействие последнего с лиганд связывающим доменом глюкокортикоидного рецептора (LBD GR) человека, с которым были проведены докинг, анализ по главным компонентам (PCA), кластерный анализ и оценка кластеризации. Результаты показали, что артемизинин связывается с LBD GR в трех сайтах, среди которых наибольшее значение показали первый и третий (65% и 20%, соответственно) и затрагивает чрезвычайно важные сайты LBD GR.

**Ключевые слова:** артемизинин, LBD глюкокортикоидного рецептора, докинг, PCA, кластерный анализ.

## Введение

*Artemisia annua L.*, широко известная как сладкая полынь или Qinghao, крупный ядовитый однолетний кустарник листья которого выделяют эфирные масла, используемые в народной и современной медицине, а также косметической и фармацевтической промышленности. Некоторые виды полыни, включая *A. annua*, традиционно использовались в Китае при лечении 52 болезней, болях, воспалениях и лихорадочных состояниях. Основными действующими компонентами полыни однолетней являются вторичные метаболиты артемизинин и его производные [1]. Артемизинины принадлежат семейству сесквитерпеновых триоксановых лактонов, проявляют антиоксидантный, противовоспалительный, антиканцерогенный, иммуномодулирующий, противомикробный, противогрибковый, антигельминтный, противовирусный и другие активности. Однако до настоящего времени механизмы действия и молекулярные мишени артемизининовых недостаточно изучены [2]. Предварительно проведенный нами скрининг биомишеней артемизинина выявил сильное взаимодействие последнего с лиганд-связывающим доменом глюкокортикоидного рецептора (LBD GR) человека (PDB:4UDC).

GR является конститутивно экспрессируемым транскрипционным фактором, который контролирует множество различных генных сетей, каждая из которых уникально детерминируется конкретным клеточным и физиологическим контекстом [3].

Целью представленной работы было *in silico* исследование взаимодействия артемизинина с LBD GR методами молекулярного моделирования.

## Материалы и методы

При проведении докинга использовались программные пакеты [4]. Анализ по главным компонентам (PCA) параметров конформации

результатов докинга проводили по методу [5], кластерный анализ – алгоритмом k-средних [6]. Качество кластеризации оценивалось индексами Дэвиса-Болдина (DB), Данна (Dunn-index), оценки силуэта (Silhouette index) и Калински-Харабаза (CH) [7]. Для выявления сайтов связывания артемизинина на мишени была использована программа LIGPLOT [8], для визуализации данных – PyMOL [9].

## Результаты и обсуждение

Результаты анализа докинга и кластеризации показали, что артемизинин связывается с LBD GR в трех сайтах, из которых большая часть принадлежит первому кластеру (65%) (рис. 1, а). При этом энергия связывания артемизинина с ним наивысшая. Оценка кластеризации выявила, что значение индекса Данна низкое, а оценки индексов Дэвиса-Болдина, силуэта и Калински-Харабаза (рис. 1, б) – довольно высокие, что свидетельствует об оптимальном качестве кластеризации.

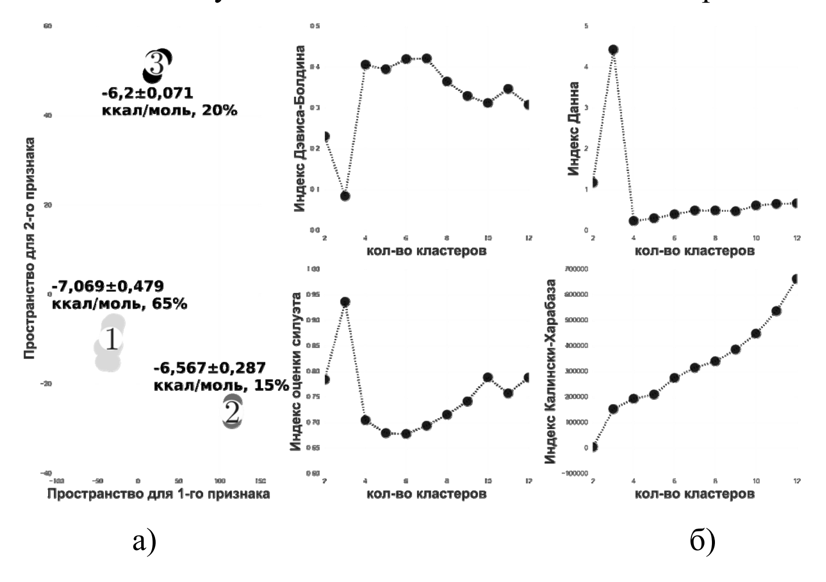



**Рис. 1. а) PCA с кластеризацией на основе данных докинга с использованием алгоритма k-средних. б) Определение оптимального количества кластеров.**

Рецепторы всех стероидных гормонов имеют общую доменную архитектуру, состоящую из иммуногенного N-концевого домена (NTD), ДНК-связывающего домена с цинковыми пальцами (DBD), шарнирной области и C-концевого лиганд-связывающего домена (LBD), который состоит из 12 альфа-спиралей (H) и 4 β-складок, образующих гидрофобный карман для связывания лиганда [3]. LBD также содержит спираль AF-2, проявляющую функцию лиганд-зависимой активации, регулируемой, например, связыванием с гормоном [10]. Кластерный анализ молекулярного докинга артемизинина с LBD GR (***таблица 1***), а также анализ при помощи программы LIGPLOT показали, что в первом сайте A, B, C и D кольца артемизинина образуют гидрофобные связи с α – спиралями H3, H7, H10/H11 и $\beta_A$-листом LBD GR.

**Таблица 1.**

**Энергии связывания (Ккал/моль) кластеров, содержание каждого в %, аминокислоты LBD GR и вовлеченные во взаимодействие кольца артемизинина.**

| Кластер | Энергия связывания (Ккал/моль) | Содержание в % | Аминокислотные остатки LBD GR | Кольца артемизинина |
|---|---|---|---|---|
| 1 | -7,069±0,479 | 65 | Met560 (H3), Leu563 (H3), Asn564 (H3), Phe623 (βA), Gln642 (H7), Met646 (H7), Leu732 (H10/H11), Tyr735 (H10/H11), Ile747, Phe749 | A, B, C, D |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | -6,567±0,287 | 15 | Lys695 (H9), Gly698 (H9), Ile701 (H9), Val702 (H9), Asn711 (H10), Phe715 (H10) | A, C, D |
| 3 | -6,2±0,071 | 20 | Glu542, Val543, Trp610 (H5), Arg611 (H5), Arg614 (H5), Tyr660 (H8) | A, B, D |

*данные для 2000 конформаций.

Известно, что спираль Н3 и $\beta_A$-лист содержат сайты сильной димеризации LBD GR, а аминокислоты спирали Н5 участвуют в стабилизации димера [10]. В участке Н3-Н7 находится минимальный сегмент (550-653 а.о.), необходимый для высокоаффинного связывания с шапероном Hsp90 [11]. В спиралях Н3, Н5 и Н12 расположены сайты связывания с коактиватором NcoA-2 [3]. Следовательно, взаимодействие артемизинина с GR должно отражаться как на димеризации и стабилизации LBD, так и на связывании с Hsp90 и коактиватором NcoA-2. Артемизинин взаимодействует с аминокислотными остатками I747 и F749 петли, предшествующей спирали AF-2. Известно, что это сопровождается стабилизацией спирали AF-2 в активном состоянии и может представлять молекулярную основу для лиганд-зависимой активации GR [10].

Во второй сайт гидрофобных взаимодействий вовлечены A, C, D кольца артемизинина и аминикислоты спиралей Н9 и Н10 (таблица 1). В третьем сайте Trp610, Arg611, Arg614 спирали Н5 и Tyr660 спирали Н8 образуют гидрофобные связи с кольцами A, B, D (таблица 1). Учитывая роль спирали Н5, это приведет к стабилизации димеризации LBD GR.

Эндопероксидный компонент в структуре артемизинина (С кольцо) играет важную роль в его биологической активности [12]. Взаимодействие с первым и вторым сайтами LBD GR также опосредуется С

кольцом, возможно как из-за его реакционноспособности, так и способности к димеризации.

Артемизинин приводит к экспрессии конститутивного андростанового рецептора (CAR) и белков семейства цитохромов P450 (CYPs), которые играют решающую роль в регуляции метаболизма многих лекарств, ксенобиотиков, включая артемизинины, гомеостаза энергии и неопластического перерождения модулированием транскрипции многочисленных генов-мишеней [13]. CYP3A4/5, CYP2C9, CYP2C19 и CYP2D6 являются клинически значимыми для метаболизма лекарств [14]. С другой стороны, активация GR сопровождается как индукцией CAR, так и CYP3A. Обобщая полученные нами результаты и сопоставляя с имеющимися данными по механизму действия артемизинина, нами предложена гипотетическая схема взаимодействия GR-артемизинин с энхансерными элементами промотора CYP3A5 с экспрессией гена (Рис. 2).

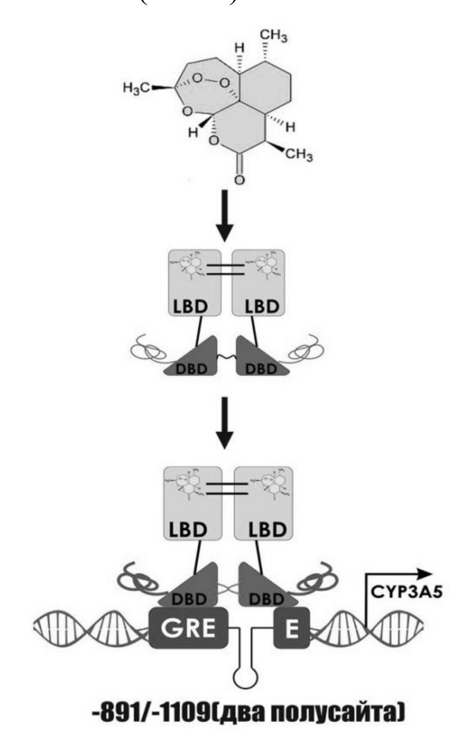



**Рис. 2. Гипотетическая схема действия артемизинина на экспрессию гена CYP3A5, опосредованного связыванием LBD GR с энхансером промотора (-891/-1109, два полусайта глюкокортикоид-зависимых элементов (GRE)).**

Таким образом, нами впервые методами молекулярного моделирования показано, что артемизинин связывается с LBD GR в трех сайтах, среди которых наибольшее значение показали первый и третий (65% и 20%, соответственно) и затрагивает чрезвычайно важные сайты LBD GR. На основании полученных результатов можно прийти к выводу, что действие артемизинина на множественные сигнальные пути клетки может быть опосредовано глюкокортикоидным рецептором, а артемизинин можно рассматривать в качестве нового лиганда для глюкокортикоидного рецептора.

**Благодарность**

Работа выполнена при поддержке гранта НИР 25/15 Российско-Армянского университета.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Chougouo R.D.K.* et al. Anti-inflammatory and acetylcholinesterase activity of extract, fractions and five compounds isolated from the leaves and twigs of Artemisia annua growing in Cameroon //SpringerPlus. 2016. Т. 5. №. 1. P. 1525.
2. *Ho W.E.* et al. Artemisinins: pharmacological actions beyond anti-malarial //Pharmacology & therapeutics. 2014. Т. 142. №. 1. PP. 126–139.
3. *Weikum E.R.* et al. Glucocorticoid receptor control of transcription: precision and plasticity via allostery // Nature Reviews Molecular Cell Biology. 2017.
4. *Trott O., Olson A.J.* AutoDockVina: improving the speed and accuracy of docking with a new scoring function, efficient optimization, and multithreading //Journal of computational chemistry. 2010. Т. 31. № 2. PP. 455–461.

5. *Jolliffe, Ian.* Principal component analysis.John Wiley & Sons, Ltd, 2002.
6. *Hartigan, John A., and Manchek A. Wong.* Algorithm AS 136: A k-means clustering algorithm. Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics) 28.1 (1979): 100–108.
7. *Сивоголовко Е.В.* Методы оценки качества четкой кластеризации //Компьютерные инструменты в образовании. 2011. № 4. С. 96.
8. *Wallace A.C., Laskowski R.A., Thornton J. M.* LIGPLOT: a program to generate schematic diagrams of protein-ligand interactions //Protein engineering. 1995. Т. 8. № 2. PP. 127–134.
9. *DeLano W.L.* The PyMOL Molecular Graphics System.De-Lano Scientific, San Carlos, CA, USA //http://www.pymol. org. 2002.
10. *Bledsoe R.K.* et al. Crystal structure of the glucocorticoid receptor ligand binding domain reveals a novel mode of receptor dimerization and coactivator recognition //Cell. 2002. Т. 110. № 1. PP. 93–105.
11. *Ratajczak T.* et al. Functional Protein Interactions in Steroid Receptor-Chaperone Complexes //Protein Interactions. InTech, 2012.
12. *Lisgarten J.N.* et al. Structure, absolute configuration, and conformation of the antimalarial compound, Artemisinin // Journal of chemical crystallography. 1998. Т. 28. № 7. PP. 539–543.
13. *Katrin Sangkuhl* Artemisinin and Derivatives Pathway, Pharmacokinetics, Clinical Pharmacology & Therapeutics (2012) 92(4): 414–417.
14. *Alavi H.K.* Development of mechanistic mathematical models for gene-mediated drug-drug interactions: дис. University of Manchester, 2016.

## MOLECULAR MODELING AND EVALUATION OF THE MODE OF ARTEMISININ BINDING WITH THE GLUCOCORTICOID RECEPTOR

**S. Ginosyan, H. Grabski, S. Tiratsuyan, L. Hunanyan, H. Vardapetyan**

### ABSTRACT

Artemisinins exhibit broad spectrum of biological activity such as antiprotozoal, anticarcinogenic, antifungal, antiviral, anti-inflammatory, etc. However, up to now, the mechanisms of action and molecular targets of artemisinin have not been sufficiently studied. Preliminary virtual screening of the biotargets of artemisinin revealed a strong interaction with the ligand binding domain of the human glucocorticoid receptor (LBD GR), with which docking, principal component analysis (PCA), cluster analysis and evaluation of clustering have been performed. The results demonstrated that artemisinin binds to LBD GR in three sites, among which the first and the third (65% and 20%, respectively) showed the greatest values and affect very important sites of LBD GR.

**Keywords:** artemisinin, LBD glucocorticoid receptor, docking, PCA, cluster analysis.

## ԱՐՏԵՄԻԶԻՆԻՆԻ և ԳԼՅՈՒԿՈԿՈՐՏԻԿՈԻԴՆԵՐԻ ԸՆԿԱԼԻՉԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ և ԿԱՊՄԱՆ ՄՈԴԱՅԻ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

Ս.Վ. Գինոսյան, Հ.Վ. Գրաբսկի, Ս.Գ. Տիրացույան,
Լ.Ս. Հունանյան, Հ. Ր. Վարդապետյան

### ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Արտեմիզինինները ցուցաբերում են կենսաբանական ակտիվություն-ների լայն սպեկտր, որն ընդգրկում է հակապրոտոզոային, հակաուռուց-քային, հակասնկային, հակավիրուսային, հակաբորբոքային և այլ ակտիվու-

թյուններ: Սակայն առ այսօր արտեմիզինինների ազդեցության մեխանիզմները, ինչպես նաև մոլեկուլային թիրախները բավարար ուսումնասիրված չեն: Նախնական վիրտուալ համակարգված ընտրության միջոցով կենսաթիրախների բացահայտումը ցուցաբերեց վերջինիս ուժեղ փոխազդեցությունը մարդու գլյուկոկորտիկոիդների ընկալիչի լիգանդ կապող դոմենի հետ (LBD GR), որի հետ էլ իրականացվել է դոքինգ, գլխավոր բաղադրիչների վերլուծություն (PCA), կլաստերիզացիա և նրա գնահատում:

Արդյունքները վկայում են, որ արտեմիզինինը կապվում է LBD GR-ի հետ երեք սայտերում, որոնցից առավելագույն առժեքները ցուցաբերում են առաջինը և երրորդը (65% и 20%, համապատասխանաբար), ընգրկելով LBD-ի կարևորագույն տեղերը:

**Հիմնաբառեր՝** արտեմիզինին, գլյուկոկորտիկոիդների ընկալիչի LBD, դոքինգ, PCA, կլաստերիզացիա:

УДК 502(479):06

# К ВОПРОСУ О ТАКСОНОМИЧЕСКОМ СТАТУСЕ СТЕПНОЙ ЛЕСНОЙ МЫШИ *APODEMUS WITHERBYI* НА ТЕРРИТОРИИ АРМЕНИИ

**В.Б. Азарян**

*Российско-Армянский университет*

*valentina.azaryan@rau.am*

## АННОТАЦИЯ

Вопросы систематики мышей рода *Apodemus* sensu lato остаются до настоящего времени одними из самых сложных в современной таксономии грызунов. Несмотря на многочисленные работы, таксономический статус, в особенности, биогеография рода до сих пор не уточнена в Закавказье, в частности, на территории Армении. В данной статье приведен анализ нуклеотидных последовательностей с построением медианной сети гаплотипов степной мыши *Apodemus witherbyi* для уточнения таксономического статуса вида на территории Армении.

**Ключевые слова:** таксономия**,** лесные мыши, *Apodemus*, биоразнообразие, Армения.

## Введение

Группа лесных мышей представляет собой многочисленную и полиморфную группу мышевидных грызунов, населяющих различные ландшафтные пояса республики Армения. Лесные мыши рода *Apodemus* sensu lato широко распространены на всей территории Ар-

мении. Информация о таксономии и распространении видов рода Apodemus на территории Армении является весьма скудной. По последним данным исследователи фауны Армении выделяют 5 видов лесных мышей, а именно – *Apodemus uralensis, Apodemus witherbyi, Apodemus ponticus, Apodemus flavicollis, Apodemus sylvaticus.*

И.Я. Павлинов с соавт. [1–2] придают статус рода двум подродам группы лесных и полевых мышей – Apodemus и Sylvaemus, а С.В. Межжерин [3-4] – трем (*Apodemus, Sylvaemus, Alsomys*). Западные систематики, в частности, Musser, Carleton, Frynta et al., придерживаются прежних взглядов о единстве рода *Apodemus* sensu lato, выделяя в его составе лишь подроды или группы видов [5, 6–7]. Первоначально все виды лесных и полевых мышей причислялись к единому роду *Apodemus,* а в наши дни на этот счет существуют серьезные возражения. Мы придерживаемся точки зрения Frynta et al., используя название политипического рода *Apodemus* sensu lato как для группы западно-палеарктических лесных мышей *Sylvaemus* (с подродами *Sylvaemus и Karstomys*), так и для восточно-палеарктических лесных и полевых мышей *Apodemus* sensu str/ (с подродами *Apodemus и Alsomys*). Ситуация осложняется неравномерной изученностью видов данной группы, а также продолжающимся первоописанием новых форм [8–10, 11]. Ученые не отрицают также мнение о возможности нового гибридогенного видообразования [12–15], как и продолжения формообразовательных процессов в популяциях лесных мышей и по сей день [10, 11, 16]. Несмотря на то, что систематика лесных и полевых мышей еще далека от завершения, тем не менее названия по всему тексту приведены в соответствии с современной западной зоологической номенклатурой: *Apodemus* sensu lato.

В данной работе представлены новые генетические данные по лесным мышам рода *Apodemus* в Армении. Полученные путем секвенирования митохондриального гена первой субъединицы цитохромок-

сидазы (COI) нуклеотидные последовательности были использованы для конструирования сети гаплотипов вида *Apodemus witherbyi*. Целью данной работы являлось: 1) уточненная видовая идентификация собранных образцов вида молекулярно-генетическим методом; 2) анализ нуклеотидных последовательностей на популяционном уровне; 3) обсуждение полученных результатов.

## Материалы и методы

Было проанализировано в общем количестве 77 образцов мышей, принадлежащих к виду степной мыши *Apodemus witherbyi*. Географическая принадлежность образцов представлена следующими локалитетами (Таблица 1): 1. Агавнадзор (40°35′03″N 44°41′29″E; количество образцов n = 10), Котайская область, Центральная Армения, 1900 м над уровнем моря. 2. Айгут (40°41′03″N 45°10′23″E; n = 25), Гегаркуникская область, Северо-Восточная Армения, 1400 м над уровнем моря. 3. Ереван (40°11′N 44°31′E; n = 3), Центральная Армения. 4. Хосровский национальный заповедник (39°56'42.1"N 44°51'35.5"; n = 5), Араратская область, Центральная-южная Армения, 5. Шванидзор (38°54′10″N 46°14′40″E; n = 24), Сюникская область, Южная Армения, 657 м над уровнем моря, 6. Ванадзор ( 40°48′16″N 44°29′38″E; n = 10), Лорийская область, Северо-Восточная Армения, 1344 м над уровнем моря.

**Таблица 1.**

**Список локалитетов генетически определенных образцов Apodemus witherbyi.**

| | *A. witherbyi* | |
|---|---|---|
| | Количество экземпляров (N) | Количество гаплотипов ($N_h$) |
| Котайкская область | 10 | 5 |

| | *A. witherbyi* | |
|---|---|---|
| | Количество экземпляров (N) | Количество гаплотипов ($N_h$) |
| Гегаркуникская область | 25 | 12 |
| Ереван | 3 | 3 |
| Араратская область | 5 | 5 |
| Сюникская область | 24 | 13 |
| Лорийская область | 10 | 5 |

Общая геномная ДНК была изолирована из образцов хвоста или ногтя, зафиксированных в абсолютном этаноле при – 20ºС. Изоляция ДНК была проведена с использованием DNAeasy Blood and Tissue kit (Qiagen), следуя протоколу производителя. Амплификация ДНК была произведена ПЦР реакцией, используя специальные праймеры для мтДНК. Все ПЦР-продукты были очищены осаждением в этаноле. Полученные нуклеотидные последовательности (секвенсы) были обработаны и выравнены вручную, используя программу BioEdit. Выравненная нуклеотидная последовательность, имеющая длину 728 п.о., была подготовлена для реконструкции сети гаплотидов. Был использован метод median-joining, доступный в программе NETWORK, version 4.6.1.2 для конструкции сети гаплотипов анализируемого вида *Apodemus witherbyi*. Медианная сеть является графическим представлением последовательности мутационных шагов, в результате которых общая предковая последовательность нуклеотидов превратилась в совокупность родственных последовательностей ныне живущих потомков.

## Результаты и обсуждение

Для вида *Apodemus witherbyi* была сконструирована выровненная нуклеотидная последовательность, состоящая из 728 пар оснований,

из которых 31 были вариабельными и 55 экономно-информативными. Данная выравненная последовательность была использована для конструирования сети гаплотипов (Рис. 1) и расчёта характеристик гаплотипного разнообразия. В исследованных выборках было обнаружено 43 гаплотипа для 77 особей. В популяциях лесных мышей отмечено характерное распределение гаплотипов, т.е. небольшое их число имело высокую частоту, другие варианты встречались редко.

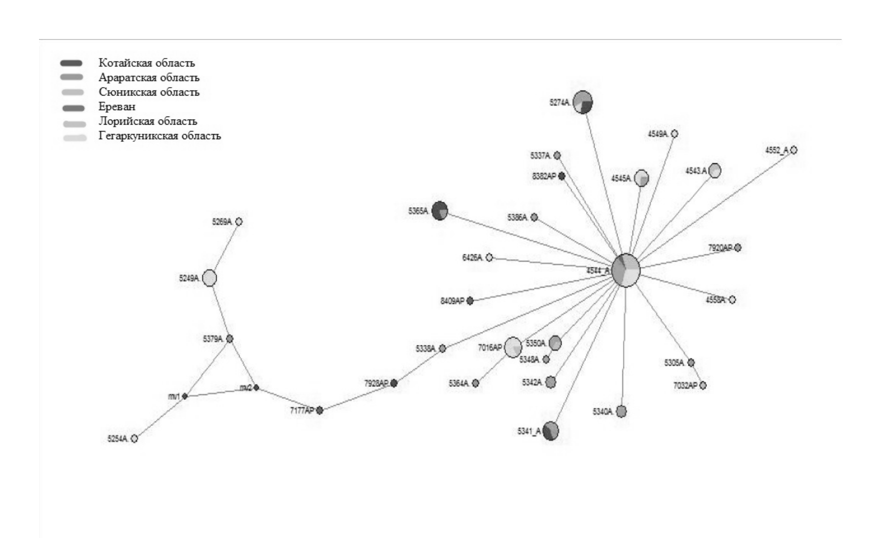



**Рис. 1. Медианная сеть гаплотипов вида *A. witherbyi*, полученная для последовательностей митохондриального гена первой субъединицы цитохромоксидазы (COI).**

Степная мышь – самый сухостойкий и, очевидно, самый теплолюбивый вид рода лесных мышей. Вид *Apodemus witherbyi* (Thomas, 1902) был описан в Израеле [11, 17] как *A. hermonensis* [11], однако, позже оказалось, что он широко распространен по степным зонам Среднего Востока (including Rhodos Island; [18]). Позже Филиппуччи с соавторами (1996) [19] предложили, что *A. hermonensis* скорее всего может быть конспецифичным с видом ранее заявленным как *A.*

*falzfeini* (Mezhzherin & Zagorodnyuk, 1989) или *A. fulvipectus* (Ognev, 1924) из Туркменистана, Закавказья, Кавказа и соседних степей к Крыму [20]. Наличие *A. hermonensis* в Армении было заявлено Сузуки с соавт. (2008) [21]. В настоящее время западные исследователи считают *A. hermonensis* малым синонимом к *Apodemus witherbyi* [22, 23, 24, 25]. Ареал степной мыши (Межжерин, 1997) охватывает Предкавказье (вплоть до Прикаспийских степей и Калмыкии), Кавказ, Закавказье, Малую и Переднюю Азию (Израиль), Северный Иран, предгорья Копетдага. Внешние характеристики образцов, входящих в гаплогруппы, частично совпадают. Общая длина тела 94,3 мм; длина уха 14,5 мм; длина задних лап 21,2 мм; длина хвоста 100 мм. У вида наблюдается бледная и более желтая дорзальная поверхность. Внешние размеры и окраска наших генетически определенных образцов *A. witherbyi* соответствуют вариации, описанной Kryštufek & Vohralík (2009) [24].

Медианная сеть гаплотипов, выявленная с помощью анализа нуклеотидных последовательностей, даёт нам повод предположить недавнее демографическое расширение популяций. Наличие некоторых достаточно своеобразных гаплотипов у исследованного вида требует дальнейшего детального изучения. География и климатическая история Армении позволяют предположить, что эта картина может быть результатом последовательных успешных волн колонизации.

В работе была проведена не только морфологическая (повсеместно используемая методика определения видов на территории республики), но и генетическая идентификация вида. В общем и целом можно с большой вероятностью утверждать наличие и самостоятельность представленного вида на территории Армении, принимая во внимание представленный обзор литературы по данному вопросу и основываясь на собственных результатах молекулярно-генетических исследований собранного материала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Павлинов И.Я., Яхонтов Е.Л., Агаджанян А.К.* Млекопитающие Евразии. I. Rodentia // Сб. трудов Зоологического музея МГУ. М.: Изд-во МГУ, 1995.
2. *Павлинов И.Я., Лисовский А.А.* Млекопитающие России: система-тико-географический справочник. М.: Т-во научн. изданий КМК. 2012.
3. *Межжерин С.В., Лашкова Е.И.* Диагностика, географическая изменчивость и распространение двух близких видов мышей *Sylvaemus sylvaticus* и *S. flavicollis* (Rodentia, Muridae) в области их совместного обитания. Вестник зоологии, 26(3), 33–45. 1992.
4. *Межжерин С.В.* Генетическая дифференциация и филогенетические связи мышей Палеарктики (Rodentia, Muridae). Генетика, 33(1), 29–41. 1997.
5. *Frynta D., Mikulov P., Suchomelov E. and Sdlova J.* Discriminant analysis of morphometric characters in four species of *Apodemus* (Rodentia: Muridae) from eastern Turkey and Iran. Israel Journal of Zoology 47: 243–258. 2001.
6. *Musser G.G., Brothers E.M., Carleton M.D. & Hutterer R.* Taxonomy and distributional records of Oriental and European Apodemus, with a review of the *Apodemus-Sylvaemus* problem. Bonner Zoologische Beiträge, 46(1–4), 143–190. 1996.
7. *Musser G.G., Carleton M.D.* Family Muridae. In: Wilson DE, Reeder DM. Mammal Species of the World: A Taxonomic and Geographic Reference, The John Hopkins University Press, Baltimore, 894–1531. 2005.
8. *Воронцов Н.Н., Межжерин С.В., Ляпунова Е.А., Ахвердян М.Р., Боескоров Г.Г.* К систематике лесных мышей Кавказа. Грызуны. VII Всес. совещ. Тез. докл. 1. Свердловск. СС. 65–67. 1988.

9. *Воронцов Н.Н., Межжерин С.В., Боескоров Г.Г., Ляпунова Е.А.* Генетическая дифференциация видов-двойников лесных мышей (*Apodemus*) Кавказа и их диагностика // Доклады АН СССР. 309. 5. СС. 1234–1238. 1989.
10. *Воронцов Н.Н., Боескоров Г.Г., Межжерин С.В., Ляпунова Е.А., Кандауров А.С.* Систематика лесных мышей подрода *Sylvaetmus* Кавказа (Mammalia, Rodentia, Apodemus) // Зоологический журнал. 71. 3. СС. 119–131. 1992.
11. *Filippucci M.G., Simson S., & Nevo E.* Evolutionary biology of the genus *Apodemus* Kaup, 1829 in Israel. Allozymic and biometric analyses with description of a new species: *Apodemus hermonensis* (Rodentia Muridae). Italian Journal of Zoology, 56(4), 361–376. 1989.
12. *Гептнер, В.Г.* Лесные мыши горного Крыма. Тр. Крымского гос. заповедника, (2). СС. 103–124, 1940.
13. *Громов И.М., Баранова Г.И., Барышников Г.Ф.* Каталог млекопитающих СССР: плиоценсовременность. «Наука», Ленинградское отд-ние. 1981.
14. *Завадский К.М.* Вид и видообразование. Л.: «Наука». СС. 1–404. 1968.
15. *Ларина Н.И.* Индивидуальная, возрастная и географическая изменчивость слуховых косточек у грызунов (на примере близких видов родов *Apodemus* и *Citellus*). Зоол. ж, 41. СС. 1536–1547. 1962.
16. *Орлов В.Н., Козловский А.И., Наджафова Р.С., Булатова Н.Ш.* Хромосомные диагнозы и место гентических таксонов в эволюционной классификации лесных мышей подрода *Sylvaemus* (Apodemus, Muridae, Rodentia) // II Зоол. журн. 75. 1. СС. 88–102. 1996.
17. *Filippucci M.G.* Allozyme variation and divergence among European, Middle Eastern, and North African species of the genus *Apodemus*

(Rodentia, Muridae), Israel Journal of Zoology, 38, 3–4, 193–218. 1992.

18. *Kryštufek B., Francky M.* Mt. Hermon field mouse *Apodemus iconicus* is a member of the European mammal fauna, Folia Zoologica, vol. 54, no. ½, 69–74. 2005.
19. *Filippucci M.G., Storch G., Macholán M.* Taxonomy of the genus Sylvaemus in western Anatolia-morphological and electrophoretic evidence (Mammalia: Rodentia: Muridae), Senckenbergiana biologic, 75, 1–14. 1996.
20. *Mezhzherin S.V., Zagorodnyuk I.V.* A new species of mice of genus *Apodemus* (Rodentia, Muridae), Vestnik Zoologii, 4, 55–59. 1989.
21. *Suzuki H., Filippucci M.G., Chelomina G.N., Sato J.J., Serizawa K. & Nevo E.* A Biogeographic view of *Apodemus* in Asia and Europe inferred from nuclear and mitochondrial gene sequences. Biochemical Genetics, 46(5–6), 329. 2008.
22. *Darvish J., Mohammadi Z., Ghorbani F., Mahmoudi A., Dubey S.* Phylogenetic Relationships of *Apodemus* Kaup, 1829 (Rodentia: Muridae) Species in the Eastern Mediterranean Inferred from Mitochondrial DNA, with Emphasis on Iranian Species, Journal of Mammalian Evolution, 22, 4, 1–13. 2015.
23. *Kryštufek B.* Identity of four *Apodemus (Sylvaemus)* types from the eastern Mediterranean and the Middle East, Mammalia, 66, 1, 43–52. 2002.
24. *Kryštufek B., Vohralík V., Spitzenberger F., Janžekovič F.* Mammals of Turkey and Cyprus: Rodentia II: Cricetinae, Muridae, Spalacidae, Calomyscidae, Capromyidae, Hystricidae, Castoridae. Univerza na Primorskem, Znanstveno-raziskovalno središče, Založba Annales, 2009.
25. *Michaux J.R., Bellinvia E., Lymberakis P.* Taxonomy, evolutionary history and biogeography of the broad-toothed field mouse *(Apodemus*

*mystacinus*) in the eastern Mediterranean area based on mitochondrial and nuclear genes, Biological Journal of the Linnean Society, 85, 1, 53–63. 2005.

## TO THE QUESTION OF THE TAXONOMIC STATUS OF THE STEPPE FIELD MICE *APODEMUS WITHERBYI* IN ARMENIA

**V. Azaryan**

**ABSTRACT**

The problem of taxonomy of wood mice of the genus *Apodemus* sensu lato remain, until now, one of the most complex in modern rodents taxonomy. Despite numerous researches, the taxonomic status, especially, the biogeography of the genus is still not specified in the Transcaucasus, in particular, on the territory of Armenia. This article analyzes the nucleotide sequences using the construction of a haplotype median-joining network of steppe field mice *Apodemus witherbyi* to clarify the taxonomic status of the species in Armenia.

**Keywords:** taxonomy, field mice, *Apodemus*, biodiversity, Armenia.

## ՀԱՅԱՍՏԱՆՈՒՄ ՏԱՓԱՍՏԱՆԱՅԻՆ ԱՆՏԱՌԱՅԻՆ ՄԿՆԵՐԻ *APODEMUS WITHERBYI* ՏԵՍԱԿԻ ՏԱՔՍՈՆՈՄԻԱԿԱՆ ԿԱՐԳԱՎԻՃԱԿԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Վ.Բ. Ազարյան

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Անտառային մկների *Apodemus* sensu lato ցեղի դասակարգման հարցե- րը մինչ օրս հանդիսանում են կրծողների ժամանակակից տաքսոնոմիայի

բարդ հարցերից մեկը: Չնայած բազմաթիվ աշխատանքներին, ցեղի տաքսոնոմիական կարգավիճակը դեռեւս հաստատված չի Անդրկովկասում, մասնավորապես, Հայաստանի տարածքում: Այս հոդվածում վերլուծվում է նուկլեոտիդային հաջորդականությունների օգնությամբ կառուցված հապլոտիպերի ցանցը Հայաստանում տափաստանային մկների *Apodemus witherbyi* տաքսոնոմիական կարգավիճակը պարզելու համար:

**Հիմնաբառեր՝** տաքսոնոմիա, անտառային մկներ, *Apodemus,* կենսաբազմազանություն, Հայաստան:

УДК 502(479):06

# УВЕЛИЧЕНИЕ СИНАНТРОПНЫХ ЯВЛЕНИЙ СРЕДИ МЕЛКИХ ВИДОВ МЛЕКОПИТАЮЩИХ (MAMMALIA: INSECTIVORA, CHIROPTERA, RODENTIA) АРМЕНИИ И АРЦАХА

**Л.Г. Папян, Г.Г. Гамбарян, Э.Г. Явруян**

*Научный Центр Зоологии и Гидроэкологии НАН РА*
*Российско-Армянский университет*

*lyov.papyan@gmail.com, grig09933@mail.ru,*
*eduard.yavruyan@gmail.com*

## АННОТАЦИЯ

Формирование синантропизма – процесс сложный и многоэтапный. Млекопитающих, которые образовывают синантропные популяции, с каждым годом все больше. Однако, у разных отрядов этот процесс протекает по-разному. Это связано с образом жизни, питанием животных, а также с различными антропогенными факторами. В данной статье опубликованы результаты наших исследований по трем отрядам – Насекомоядным (*Insectivora*), Рукокрылым (*Chiroptera*) и Грызунам (*Rodentia*), приведен список основных синантропных представителей каждого отряда.

**Ключевые слова:** синантропизм, антропогенные факторы, хищники, грызуны.

Процесс формирования синантропизма у представителей разных отрядов млекопитающих изучен недостаточно. Именно поэтому целью данной работы является изучение видового состава синантропных млекопитающих и их экологии в Армении и НКР. В нашей работе представлены материалы по наблюдению за животными, которые

были собраны с помощью фотоловушек. Приватизация земель и их бесконтрольная обработка, вырубка лесных массивов, выпас скота, а также преследование и обстрел хищных видов зверей во многих районах Армении и НКР привели к тому, что некоторые виды животных, спасаясь от губительной деятельности человека, были вынуждены покинуть природные ландшафты, переселиться ближе к человеку, нередко, даже под одну крышу с ним.

Люди с целью подготовки приобретенных под пашни участков земель, выжигают на них кустарниковую и травяную растительность, а затем, после сбора урожая, поджигают и остатки зерновых, якобы тем самым удобряя почву и уничтожая всевозможных вредителей. Эти процессы способствуют переходу с этих мест под укрытие всевозможных ближайших строений человека не только грызунов и насекомоядных, но и хищников, рептилий и многих видов других членистоногих.

Вырубка крупных дуплистых деревьев вынуждает рукокрылых (*Chiroptera*), многие представители которых обычно живут, размножаются, а нередко и зимуют под корой или в дуплах, искать убежище в чердаках домов, в подвалах, в сараях, овчарнях или за наличниками окон и дверей.

Как это не парадоксально, всё совершенствующиеся методы и средства борьбы со всевозможной живностью, стремящихся «под крыло» человека, до сих пор не дали ожидаемого результата.

Так, если всего несколько десятилетий тому назад человек довольно успешно, самыми примитивными средствами в своём доме и ближайшем окружении боролся всего с несколькими видами грызунов (крысы, мыши, хомяки), а насекомых изводил соляркой и керосином или щелочным раствором и селитрой, то сейчас не спасают даже специальные пластиковые трубки от насекомоядных, живоловки, всевозможные давилки, капканы, а разбрызгиваемые аэрозольные средства нередко опасны для самого человека и его домашних животных (птиц, кроликов, голубей, кошек и собак).

Помимо вышеописанной хозяйственной деятельности, люди строят многоэтажные, панельные, многощелевые дома, в которых функционируют мусоропроводы – накопители отбросов. Все эти «удобства», без учета желания человека, являются прекрасным и удобным местом для жилья, питания и размножения для большого числа видов летучих мышей, крыс, мышей, землероек и насекомых. В результате, имеем неожиданный и, конечно, нежелательный результат – рост синантропных видов. Причем, если некоторые из них в природных условиях размножались лишь в определённое (теплое) время года, то перейдя в «тепличные» условия к человеку эти же виды не теряют активности и плодятся круглый год.

Наши исследования в Армении и НКР в этой области, начатые в 1991 году (Авагян, 2010; Попов, 2003; Явруян, 1991; Явруян, Арутюнян, 1997; Явруян, Арутюнян, Казарян, Авагян 2006; Явруян, Айрапетян, 2003) и продолжающиеся по сей день, позволяют представить список современных основных видов млекопитающих-синантропов. Данный список представлен в Таблице 1.

**Таблица 1.**

**Основные синантропные представители по трем отрядам.**

| **Отряд Насекомоядные (*Insectivora*)** | **Отряд Рукокрылые (*Chiroptera*)** | **Отряд Грызуны (*Rodentia*)** |
|---|---|---|
| Бурозубка Волнухина (*Sorex (H.) Volnuchini*) или малая бурозубка (*Sorex minutus*) | Большой подковонос (*Rhinolophus ferrumequinum*) | Соня-полчок (*Myoxus (g.) glis*) |

| **Отряд Насекомоядные *(Insectivora)*** | **Отряд Рукокрылые *(Chiroptera)*** | **Отряд Грызуны *(Rodentia)*** |
|---|---|---|
| Кавказская бурозубка (*Sorex (S.) satunini*) – найдены 2 особи в подвале жилого дома в Айгуте. | Малый подковонос (*Rhinolophus hipposideros*) | Лесная соня (*Dryomys nitedula*) |
| | Остроухая ночница (*Myotis blythii*) | Серая крыса (*Rattus norvegicus*) |
| Малая белозубка (*Crocidura suaveolens*) | Водяная ночница (*Myotis daubentonii*) | Чёрная крыса (*Rarttus rattus*) |
| Белобрюхая белозубка (*Crocidura leucodon*) | Ночница Наттерера (*Myotis nattereri*) | Домовая мышь (*Mus musculus*) |
| Длиннохвостая белозубка (*Crocidura gueldenstaedtii*) | Трехцветная ночница (*Myotis emarginatus*) | Лесная мышь (*Sylvaemus (A.) sylvaticus*) |
| *Белозубка-малютка (*Suncus etruscus*) присутствует практически во всех живых помещениях, в приусадебных садах и огородах Варденисского района. | Усатая ночница (*Myotis mystacinus*) | Серый хомяк (*Cricetulus migratoris*) |
| | Серый ушан (*Plecotus austriacus*) | Малоазиатский хомяк (*Mesocricetus brandti*) |
| | Бурый ушан (*Plecotus auritus*) | Персидкская песчанка (*Meriones (P.) persicus*) |
| | Нетопырь-карлик (*Pipistrellus pipistrellus*) | Обыкновенная полевка (*Microtus (M.) arvalis*) |
| | Кожановидный нетопырь (*Pipistrellus sanii*) | Кустарниковая полёвка (*Microtus (P.) majori*) |

Представители отряда хищных (*Carnivora*) млекопитающих, например, ласка (*Mustela nivalis*), в поисках мышевидных грызунов не только посещает строения человека, но иногда зимует и выводит там потомство. Помимо деревень и посёлков, были случаи, когда ласку наблюдали в черте городов. Например, в г. Ереване зафиксировалось их присутствие в ущелье Норкского массива, в Аване и Зейтуне.

В ходе исследований, кроме серой крысы (Rattus norvegicus) и домовой мыши (Mus Musculus), которые ожидаемо распространены в домах повсеместно, были зафиксированы также представители рода лесных и полевых мышей (Apodemus), из которых чаще всех встречалась лесная мышь (Apodemus uralensis). Из полевок (Microtus) самой многочисленной и распростроненной оказалась обыкновенная полевка (Microtus arvalis). В погребах и мусоропроводах в основном мы столкнулись с серой крысой, мыши же обычно встречались в домах и кладовках. В садах больше всех были замечены лесные мыши (Apodemus uralensis). Сезонными синантропами оказались полевки, которые удачно переселялись ближе к домам во время урожая пшеницы и других злаков.

В чертах города Раздан было зафиксировано присутствие каменной куницы (*Martes foina*) (Рис. 1), которая охотилась за мышью (Рис. 2). Кадры были получены с помощью фотоловушек.

Сначала устройством была зафиксирована мышь (Рис. 2), а потом куница (Рис. 1). Последняя оказалась вблизи человеческого дома, гоняясь за мышью. Такое «сужение» ареала обитания хищных приводит к синантропизации некоторых их популяций. Однако их присутствие в чертах города вызывает большую тревогу, так как некоторые хищные представители могут представлять опасность и для самого человека.



**Рис. 1.**



**Рис. 2.**

Оценивая и сравнивая данные исследований по экологии, поведения, расселения и распределения синантропных млекопитающих в наших республиках, начиная с первой половины XX столетия (Даль, 1954) в интересующем нас вышеописанным разрезе, мы можем сделать вывод, что за последнее время проявляется заметная тенденция к сужению распределения мелких и средних размеров хищников вокруг человеческих поселений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Сидорчук Н.В. и др.* Опыт использования фотоловушек при изучении поведенческой экологии барсука Meles meles // Териофауна России и сопредельных территорий: матер. VIII съезда Териологич. об-ва. М., 2007. С. 455.
2. *Эрнандес-Бланко и др.* Опыт применения цифровых фотоловушек для идентификации Амурских тигров, оценки их активности и использования основных маршрутов перемещений животными // В кн.: «Амурский тигр в Северо-Восточной Азии: проблемы сохранения в XXI веке». 2010. Отв. Ред. Журавлев Ю.Н. Владивосток, Дальнаука. СС. 100–103.
3. *Сидорчук Н.В., Рожнов В.В.* Дистанционные методы изучения барсуков: некоторые особенности использования фотоловушек // Дистанционные методы изучения в зоологии: матер. научн. конф. М.: Товарищество научных изданий КМК. 2011. С. 87.
4. *Папян Л.Г., Гамбарян Г.Г.* Исследование поведения и активности мелких млекопитающих методом использования фотоловушек. Ломоносов-2015.
5. *Авагян А.А.* Форма и экология насекомоядных Армении. Ер., 2010.
6. *Даль С.К.* Животный мир Армянской ССР. Ер., 1954.

7. *Попов Г.Ю.* Эколого-фаунистическое исследование и распространение некоторых мелких млекопитающих Армении. Ер., 2003. Кандитерская диссертация
8. *Явруян Э.Г.* Рукокрылые Закавказья и Средиземноморья. Киев, 1991. Докторская диссертация.
9. *Явруян Э.Г., Арутюнян М.К.* Эндемики и исчезающие виды животных Армении. Санкт-Петербург, 1997.
10. *Явруян Э.Г., Айрапетян В.Г.* Дикие млекопитающие Карабаха. Степанакерт, 2003.
11. *Явруян Э.Г., Попов Г.Ю., Арутюнян М.К., Казарян А.С., Авагян А.А.* Распространение насекомоядных, рукокрылых и грызунов по вертикальным поясам. М., 2006.

## RESEARCH OF SYNANTHROPISM OF SOME SMALL MAMMAL SPECIES BY USING OF TRAIL CAMERAS

**L. Papyan, G. Ghambaryan, E. Yavruyan**

### ABSTRACT

The formation of synanthropism is hard and multi-stage process. Number of mammal species, which form synanthropic populations, increase every year. This process is unique for diferrent species due to the way of their life, nutrition and various anthropogenic factors. We published the results of our research on three orders - Insectivora, Chiroptera and Rodentia In this article. There are a list of the main synanthropic species of each order in the table.

**Keywords:** synanthropism, anthropogenic factors, predators, rodents.

# ՍԻՆԱՆՏՐՈՊՈՒԹՅԱՆ ՀԱՃԱԽԱՑՈՒՄԸ ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԵՎ ԱՐՑԱԽԻ ՄԱՆՐ ԿԱԹՆԱՍՈՒՆՆԵՐԻ ՄՈՏ (MAMMALIA: INSECTIVORA, CHIROPTERA, RODENTIA)

Լ.Հ. Պապան, Գ.Հ. Ղամբարյան, Է.Գ. Յավրույան

## ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Սինանտրոպիզմի ձևավորումը տեսակների մոը բարդ և բազմափուլ գործընթաց է: Տարեց տարի ավելանում է սինանտրոպ պոպուլյացիաներ ձևավորող կաթնասունների թիվը: Ճիշտ է, դրանցից յուրաքանչյուրն ունի ձևավորման առանձնահատկություններ: Դա պայմանավորված է նրանց կենսակերպով, սննդով և մի շարք մարդածին գործոններով: Այս հոդվածում ներկայացված են կաթնասունների 3 կարգերի՝ միջատակերների (*Insectivora*), ձեռքաթևավորների (*Chiroptera*) և կրծողների (*Rodentia*) շրջանում մեր կողմից կատարված հետազոտությունների արդյունքները: Աղյուսակի տեսքով ներկայացված են յուրաքանչյուր կարգի հիմնական սինանտրոպ տեսակները:

**Հիմնաբառեր**՝ Սինանտրոպիզմ, մարդածին ազդեցություն, գիշատիչներ, կրծողներ:

# СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Н.Н. Абелян** – студент III курса по специальности: Биоинженерия и биоинформатика

**В.Б. Азарян** – соискатель кафедры Медицинской биохимии и биотехнологии РАУ

**Т.Б. Айрапетян** – соискатель кафедры Математической кибернетики РАУ

**Д.Г. Асатрян** – д.т.н., профессор, руководитель научно-исследовательского центра критических технологий РАУ, соруководитель научной темы в РАУ, ведущий научный сотрудник Института проблем информатики и автоматизации НАН РА

**В.М. Белубекян** – к.ф.-м.н., научный сотрудник Института механики НАН РА

**М.В. Белубекян** – к.ф.-м.н., профессор, главный научный сотрудник Института механики НАН РА

**И.А. Варданян** – аспирант кафедры Математики и математического моделирования

**Г.Р. Вардапетян** – д.б.н., профессор, зав.кафедрой Медицинской биохимии и биотехнологии РАУ

**Г.Г. Гамбарян** – студент V курса по специальности: Биоинженерия и биоинформатика

**В.Г. Гараков** – к.ф.-м.н., старший научный сотрудник Института механики НАН РА

**О.Н. Гаспарян** – д.т.н., профессор, зав.кафедрой Систем управления Национального политехнического университета Армении, соруководитель научной темы в РАУ

**С.В. Гиносян** – аспирант кафедры Медицинской биохимии и биотехнологии РАУ

**О.В. Грабский** – аспирант кафедры Биоинженерии и биоинформатики РАУ

**А.А. Дарбинян** – к.ф.-м.н., старший преподаватель кафедры Математики и математического моделирования РАУ

**А.Г. Дарбинян** – аспирант кафедры Систем управления Национального политехнического университета Армении

**Г.Г. Егиазарян** – к.т.н., доцент, начальник отдела в ООО «Пиркал», преподаватель кафедры систем управления Национального политехнического университета Армении, научный сотрудник научной темы в РАУ

**Д.У. Егиазарян** – соискатель кафедры Систем управления Национального политехнического университета Армении

**Ш.А. Казарян** – аспирант кафедры Медицинской биохимии и биотехнологии РАУ

**С.М. Овсепян** – к.т.н., ведущий программист ООО «OMD»

**А.А. Оганесян** – к.б.н., доцент кафедры медицинской биохимии и биотехнологии РАУ

**Л.Г. Папян** – аспирант Института зоологии НАН РА

**А.А. Сисакян** – ассистент кафедры Высшей математики и теоретической механики Армянского национального аграрного университета

**С.Г. Тирацуян** – к.б.н., доцент кафедры Биофизики ЕГУ, доцент кафедры биоинженерии и биоинформатики РАУ

**Г.Г. Тоноян** – к.ф.-м.н., старший преподаватель кафедры Математики и математического моделирования РАУ

**А.Г. Туманян** – аспирант кафедры Математики и математического моделирования РАУ

**Л.С. Унанян** – к.б.н., старший преподаватель кафедры Медицинской биохимии и биотехнологии РАУ

**Х.А. Хачатрян** – д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник Института математики НАН РА

**Г.В. Чилингарян** – аспирант кафедры Биоинженерии и биоинформатики РАУ

**Э.Г. Явруян** – д.б.н., профессор кафедры Медицинской биохимии и биотехнологии РАУ

## Содержание

***Главный редактор РНИ*** *– М.Э. Авакян*
***Редактор*** *– Э.А Рухкян*
***Корректор*** *– М.Р. Тадевосян*
***Комьютерная верстка*** *– А.Г. Антонян*

Адрес Редакции научных изданий
Российско-Армянского
университета:

*0051, г. Ереван, ул. Овсепа Эмина, 123*
*тел./факс: (+374 10) 27-70-52 (внутр. 42-02)*
*e-mail: redaction.rau@gmail.com*

Заказ № 30
Подписано к печати 18.10.2017г.
Формат 70х100 $^1/_{16}$. Бумага офсетная № 1.
Объем 10.5 усл. п.л. Тираж 200 экз.